COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 1er AOUT 1864.

PRÉSIDENCE DE M. MORIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Flourens** présente à l'Académie un livre qu'il vient de publier sous le titre de : *Psychologie comparée.*

GÉOMÉTRIE. — *Questions dans lesquelles il y a lieu de tenir compte des points singuliers des courbes d'ordre supérieur. — Formules générales comprenant la solution de toutes les questions relatives aux sections coniques; par* M. **Chasles.**

« En donnant les formules et les théorèmes relatifs aux coniques qui doivent toucher des courbes d'ordre quelconque, j'ai annoncé que je traiterais ultérieurement les cas où ces courbes ont des points multiples ou de rebroussement (*Comptes rendus,* t. LVIII, p. 225). Dans diverses autres questions, il y a lieu pareillement de considérer ces points singuliers, notamment lorsque les coniques doivent couper des courbes d'ordre supérieur sous des angles donnés.

» Ces questions font le sujet de la première partie de la présente communication.

» Dans la seconde partie, je donne deux formules générales, dont l'une fait connaître les caractéristiques de tous les systèmes de coniques assujetties à quatre conditions quelconques, et l'autre exprime le nombre des

coniques qui satisfont à cinq conditions. De sorte que la solution de toutes les questions qu'on peut se proposer sur les coniques, non-seulement se fait par une méthode générale et toujours la même, comme on l'a vu, mais de plus se trouve renfermée dans deux formules uniques.

§ Ier. *Théorèmes.*

» LXXV. *Dans un système de coniques* (μ, ν), *si l'on prend sur chaque conique un point tel, que la tangente en ce point et l'axe harmonique du point, relatif à une courbe donnée* U *d'ordre* m, *douée d'un point multiple* R *d'ordre* r, *se coupent sur une droite fixe* D : *le lieu des points ainsi déterminés est une courbe de l'ordre* $(m\mu + \nu)$, *qui a en* R *un point multiple de l'ordre* $\mu(r - 1)$.

» Prouvons que la courbe cherchée a $(m\mu + \nu)$ points sur une droite quelconque L. Par un point x de D passent $(\mu + \nu)$ tangentes des coniques, dont les points de contact sont sur L (théor. XVI). Les axes harmoniques des $(\mu + \nu)$ points de contact, relatifs à U, rencontrent D en $(\mu + \nu)$ points u. Par un point u quelconque de D passent les axes harmoniques de $(m - 1)$ points de L (*); les tangentes menées en ces points aux $\mu(m - 1)$ coniques qui y passent rencontrent D en $\mu(m - 1)$ points x. Il existe donc (d'après le lemme I; *C. R.*, p. 1175), $\mu + \nu + \mu(m - 1) = m\mu + \nu$ points x qui coïncident avec des points correspondants u : et, par suite, il existe sur L $(m\mu + \nu)$ points appartenant à la courbe cherchée, qui est donc de l'ordre $(m\mu + \nu)$.

» Si la droite L passe par le point multiple R de U, la polaire d'un point u de D relative à U a elle-même un point multiple d'ordre $(r - 1)$ en R, de sorte qu'elle ne rencontre L qu'en $(m - 1) - (r - 1) = (m - r)$ autres points. Les axes harmoniques de ces points concourent en u, et les tangentes des $\mu(m - r)$ coniques qui passent par ces points coupent D en $\mu(m - r)$ points x, qui correspondent à u. Il s'ensuit que

$$\mu + \nu + \mu(m - r) = \mu(m - r + 1) + \nu$$

points x coïncident chacun avec un point correspondant u. De sorte qu'il n'existe sur L que $[\mu(m - r + 1) + \nu]$ points appartenant à la courbe cherchée, au lieu de $(m\mu + \nu)$: différence, $\mu(r - 1)$. Ce qui prouve que la courbe a en R un point multiple d'ordre $(r - 1)$.

» Ainsi le théorème est démontré.

» *Cas où* R *est un point de rebroussement.* — Alors la polaire d'un point quelconque u passe par ce point et y est tangente à U. Il en résulte

(*) Ce sont les $(m - 1)$ points d'intersection de L et de la courbe polaire du point u, relative à U; courbe d'ordre $(m - 1)$.

d'abord, comme il vient d'être démontré, que la courbe d'ordre $(m\mu + \nu)$ passe par R; puis, en supposant que la droite arbitraire L, menée par R, soit tangente à U, on reconnaît que la courbe est elle-même tangente à U, et par conséquent a avec U trois points communs en R.

» COROLLAIRE. La courbe coupe U en $m(m\mu + \nu) - r\mu(r - 1)$ points, en chacun desquels la tangente d'une conique coïncide avec la tangente de U, excepté toutefois pour les m points de U situés sur D, pour lesquels les tangentes des μ coniques qui y passent coupent les tangentes de U sur la droite D, sans que ces tangentes coïncident.

» Ainsi le nombre des points de contact des coniques et de U est

$$m(m\mu + \nu) - \mu r(r - 1) - \mu m = \mu[m(m - 1) - r(r - 1)] + m\nu.$$

» Soit n la classe de U_m. On a

$$n = m(m - 1) - r(r - 1);$$

et le nombre des points de contact devient $(n\mu + m\nu)$. Donc :

» *Dans un système de coniques* (μ, ν), *il existe* $(\mathrm{n}\mu + \mathrm{m}\nu)$ *coniques tangentes à une courbe* U *d'ordre* m *et de la classe* n.

» OBSERVATIONS. I. Cet énoncé s'applique au cas où la courbe d'ordre m est l'ensemble des m droites. Il suffit d'y faire $n = 0$, c'est-à-dire de regarder l'ensemble des m droites comme une courbe de la classe zéro. Car le nombre des coniques du système (μ, ν), qui touchent, chacune, une quelconque des m droites, est bien $m\nu$, comme l'indique l'expression $(n\mu + m\nu)$, quand $n = 0$. Le théorème s'applique pareillement au cas où l'on considère comme une courbe de la classe n l'ensemble de n points donnés. On fait alors $m = 0$, ce qui signifie que la courbe est considérée comme étant d'ordre zéro.

» II. Le nombre $(n\mu + m\nu)$ des coniques qui touchent une courbe U_m^n était indiqué par la formule $m[\mu(m - 1) + \nu]$ donnée précédemment (*C. R.*, t. LVIII, p. 301).

» Le théorème XI, d'où est résultée cette formule, prend l'énoncé suivant, quand on tient compte des points multiples de U :

» *Dans un système de coniques* (μ, ν), *le lieu d'un point dont la polaire relative à une conique du système coïncide avec l'axe harmonique du point, relatif à une courbe d'ordre* m, *douée d'un point multiple* R *d'ordre* r, *est une courbe de l'ordre* $[\mu(\mathrm{m} - 1) + \nu]$, *qui a en* R *un point multiple d'ordre* $\mu(\mathrm{r} - 1)$.

» LXXVI. *Le lieu d'un point tel, que le diamètre d'une des coniques qui passent par ce point, et l'axe harmonique du point, relatif à une courbe* A_m

d'ordre m, *douée d'un point multiple* R *d'ordre* r, *se coupent sur une droite fixe* D, *est une courbe de l'ordre* $(m\mu + 2\nu)$, *qui a un point multiple d'ordre* $\mu(r-1)$ *en* R.

» La démonstration est tout à fait semblable à celle du théorème LXXV : et l'observation relative aux points de rebroussement est la même aussi.

» COROLLAIRE. *Le nombre des coniques* (μ, ν), *qui coupent une courbe* U_m^n *chacune en un point tel, que le diamètre qui aboutit à ce point y soit tangent à la courbe, est* $(n\mu + 2m\nu)$.

» LXXVII. *Le lieu d'un point tel, que la normale d'une des coniques qui passent par ce point, et l'axe harmonique du point, relatif à une courbe* U_m *d'ordre* m, *douée d'un point multiple* R *d'ordre* r, *se coupent sur une droite fixe* D, *est une courbe de l'ordre* $[(m+1)\mu + \nu]$, *qui a un point multiple d'ordre* $\mu(r-1)$ *en* R.

» COROLLAIRE. *Le nombre des coniques d'un système* (μ, ν), *qui coupent à angle droit une courbe* U_m^n, *d'ordre* m *et de la classe* n, *est* $[(m+n)\mu + m\nu]$.

» Le nombre des coniques qui coupent U sous un angle de grandeur donnée est le même.

» LXXVIII. *Le lieu d'un point pris sur chaque conique d'un système* (μ, ν), *de manière que l'une des normales abaissées de ce point sur la conique coupe, sur une droite fixe, l'axe harmonique du point, relatif à une courbe* U_m, *douée d'un point multiple* R, *d'ordre* r, *est une courbe de l'ordre* $[(3m+1)\mu + \nu]$, *qui a, en* R, *un point multiple de l'ordre* $3\mu(r-1)$.

» COROLLAIRE. *Dans un système de coniques* (μ, ν) *il existe sur une courbe* U_m^n, *d'ordre* m *et de la classe* n, $[(m+3n)\mu + m\nu]$ *points tels, que l'une des normales abaissées d'un de ces points sur les coniques qui passent par ce point, coïncide avec la tangente de la courbe* U *en ce point.*

» LXXIX. *Dans un système de coniques* (μ, ν), *le lieu d'un point tel, que l'axe harmonique du point, relatif à une courbe* U_m *d'ordre* m, *douée d'un point multiple* R, *d'ordre* r, *et la tangente d'une des coniques qui passent par ce point, divisent un segment* ef, *dans un rapport anharmonique donné, est une courbe de l'ordre* $(m\mu + \nu)$, *qui a un point multiple d'ordre* $\mu(r-1)$ *en* R.

» Soient x et u les points où l'axe harmonique et la tangente, relatifs à un point qui satisfait à la question, rencontrent la droite D sur laquelle est pris le segment ef, on aura

$$\frac{xe}{xf} : \frac{ue}{uf} = \lambda.$$

» Prouvons que sur une droite L quelconque, il se trouve $(m\mu + \nu)$ points de la courbe cherchée. Par un point x de D passent $(\mu + \nu)$ tangentes

ayant leurs points de contact sur L (théor. V). Les axes harmoniques de ces points coupent D en $(\mu + \nu)$ points u. Ces points u correspondent à x. On peut dire aussi qu'ils correspondent au point x' déterminé par l'équation

$$\frac{xe}{xf} : \frac{x'e}{x'f} = \lambda.$$

» Par un point u de D passent les axes harmoniques de $(m - 1)$ points de L. Les tangentes des coniques qui passent par ces $(m - 1)$ points coupent D en $\mu(m - 1)$ points x, auxquels correspondent $\mu(m - 1)$ points x', déterminés par l'équation. Ces $\mu(m - 1)$ points x' correspondent donc au point u. Donc (d'après le lemme I), il existe $\mu + \nu + \mu(m - 1) = (m\mu + \nu)$ points x', dont chacun coïncide avec un point correspondant u. Et, par suite, il existe sur L $(m\mu + \nu)$ points de la courbe cherchée. Cette courbe est donc de l'ordre $(m\mu + \nu)$.

» Lorsque L passe par le point R, la courbe polaire d'un point u, relative à U_m, a en R un point multiple d'ordre $(r - 1)$, et ne rencontre L qu'en $(m - 1) - (r - 1) = m - r$ autres points. Conséquemment il ne passe par u que $(m - r)$ axes harmoniques des points de L. Les tangentes des coniques en ces points coupent D en $\mu(m - r)$ points x. Il s'ensuit qu'il n'existe sur D que $m\mu + \nu - \mu(r - 1)$ points x', dont chacun coïncide avec un point correspondant u. D'où l'on conclut qu'il n'existe sur L que

$$m\mu + \nu - \mu(r - 1)$$

points appartenant à la courbe cherchée; et, dès lors, que cette courbe, d'ordre $(m\mu + \nu)$, a un point multiple d'ordre $\mu(r - 1)$, en R. C. Q. F. D.

» COROLLAIRE. La courbe rencontre U_m en $m(m\mu + \nu) - \mu r(r - 1)$ points, autres que R. En chacun de ces points la tangente de U_m et la tangente d'une des coniques qui passent par ce point divisent le segment ef dans le rapport anharmonique donné. Soit n la classe de U_m; on a

$$n = m(m - 1) - r(r - 1);$$

et le nombre des points d'intersection des deux courbes devient

$$(m + n)\mu + m\nu.$$

Donc :

» *Il existe* $(m + n)\mu + m\nu$ *coniques, dont chacune coupe une courbe* U_m^n, *d'ordre* m *et de la classe* n, *en un point tel, que les tangentes des deux courbes en ce point divisent un segment* ef, *dans un rapport anharmonique donné.*

» On peut faire, comme nous en avons donné des exemples précédem-

ment (théor. XXXII — XXXVII, XLII — XLV) diverses hypothèses concernant le segment *ef*. On obtient ainsi plusieurs théorèmes : nous nous bornerons au suivant :

» *Il existe* $(m+n)\mu + m\nu$ *coniques, d'un système* (μ, ν), *dont chacune coupe une courbe* U_m^n *d'ordre* m *et de la classe* n, *sous un angle droit, ou sous un angle de grandeur quelconque, compté dans un sens de rotation déterminé.*

» Théorème déjà démontré différemment (LXXVII, *coroll.*).

» LXXX. *Dans un système de coniques* (μ, ν), *le lieu d'un point tel, que l'axe harmonique de ce point, relatif à une courbe* U_m *d'ordre* m, *douée d'un point multiple* R *d'ordre* r, *et le diamètre d'une des coniques qui passent par le point, divisent dans un rapport anharmonique donné un segment* ef, *est une courbe de l'ordre* $(m\mu + 2\nu)$, *qui a, en* R, *un point multiple d'ordre* $\mu(r-1)$.

» La démonstration sera calquée sur celle du théorème précédent.

» Corollaire. *Il existe* $(m+n)\mu + 2m\nu$ *coniques qui coupent une courbe* U_m^n *d'ordre* m *et de la classe* n, *chacune en un point tel, que la tangente de la courbe et le diamètre de la conique, qui aboutit à ce point, divisent un segment* ef, *dans un rapport anharmonique donné.*

» LXXXI. *Dans un système de coniques* (μ, ν), *le lieu d'un point tel, que l'axe harmonique du point relatif à une courbe* U_m *d'ordre* m, *douée d'un point multiple* R *d'ordre* r, *et la normale d'une des coniques qui passent par ce point, divisent un segment* ef, *dans un rapport anharmonique donné, est une courbe de l'ordre* $(m+1)\mu + \nu$, *qui a un point multiple d'ordre* $\mu(r-1)$, *en* R.

» Corollaire. *Il existe* $(n\mu + m\nu)$ *coniques qui coupent une courbe* U_m^n *d'ordre* m *et de la classe* n, *chacune en un point tel, que la tangente à la courbe en ce point et la normale de la conique divisent un segment* ef, *dans un rapport anharmonique donné.*

» LXXXII. *Dans un système de coniques* (μ, ν), *le lieu d'un point tel, que l'axe harmonique du point, relatif à une courbe* U_m *d'ordre* m, *douée d'un point multiple* R *d'ordre* r, *et l'une des normales abaissées du point sur les coniques qui y passent, divisent un segment* ef, *dans un rapport anharmonique donné, est une courbe de l'ordre* $(3m+1)\mu + \nu$, *qui a, en* R, *un point multiple d'ordre* $\mu(r-1)$.

» Corollaire. *Il existe* $(4m+3n)\mu + m\nu$ *coniques, qui coupent une courbe* U_m^n *d'ordre* m *et de la classe* n, *chacune en un point tel, que la tangente de la courbe en ce point et l'une des normales abaissées du même point sur la conique, divisent un segment* ef, *dans un rapport anharmonique donné.*

§ II. — *Formules générales pour la solution de toutes les questions relatives aux sections coniques.*

» Toutes les questions relatives aux coniques demandent qu'on déter-

mine les caractéristiques de divers systèmes de coniques satisfaisant à quatre conditions. Cette recherche peut se traduire en une formule unique, dans laquelle il suffira de donner à certaines indéterminées des valeurs numériques relatives aux conditions de la question.

» Et de même, la détermination du nombre des coniques qui satisfont à cinq conditions, s'exprime par une formule unique.

» On n'aurait pas prévu certainement que des questions si variées, et jusqu'ici presque inaccessibles aux méthodes analytiques, se résoudraient toutes par une même méthode, et surtout par une même formule. Cependant la raison en paraîtra bien simple maintenant; car elle dérive d'une remarque à laquelle conduisent les nombreux théorèmes sur les systèmes de coniques, contenus dans mes dernières communications. C'est que les propriétés de ces systèmes s'expriment toujours par une fonction telle que $(\alpha\mu + \beta\nu)$ des deux caractéristiques du système; fonction dans laquelle α ou β peuvent être nuls. Chacune des conditions données étant représentée ainsi par cette fonction, l'on est conduit sans difficulté à une expression générale des caractéristiques d'un système satisfaisant à quatre conditions; puis, à une expression également générale du nombre des coniques déterminées par cinq conditions.

» Chaque propriété d'un système de coniques fait connaître le nombre des coniques qui satisfont à une certaine condition : et c'est ce nombre qui sert à introduire dans une question chaque condition. Par exemple, veut-on que les coniques coupent une courbe A_m^n sous un angle donné, il suffit de savoir que dans un système (μ, ν), il existe $(m+n)\mu+m\nu$ coniques qui satisfont à la question (théor. LXXVII, *coroll.*).

» D'après cela, nous représenterons chaque condition donnée Z par un binôme $(\alpha\mu+\beta\nu)$, qui exprimera le nombre des coniques du système général (μ, ν) qui satisfont à la condition Z. Une condition Z' sera représentée par $(\alpha'\mu + \beta'\nu)$; et ainsi des autres.

Formule générale des caractéristiques d'un système de coniques satisfaisant à quatre conditions Z, Z', Z'', Z'''.

» Soient

$$\alpha\mu + \beta\nu, \quad \alpha'\mu + \beta'\nu, \quad \alpha''\mu + \beta''\nu \quad \text{et} \quad \alpha'''\mu + \beta'''\nu$$

les nombres des coniques du système général (μ, ν) qui satisfont respectivement aux quatre conditions. On calcule successivement, en partant des cinq systèmes élémentaires, comme il a été dit (*C. R.*, t. LVIII, p. 304), les

caractéristiques des systèmes

$$(3p, Z),\quad (2p, 1d, Z),\quad (1p, 2d, Z),\quad (3d, Z),$$
$$(2p, Z, Z'),\quad (1p, 1d, Z, Z'),\quad (2d, Z, Z'),$$
$$(1p, Z, Z', Z''),\quad (1d, Z, Z', Z'');$$

puis les caractéristiques du système final (Z, Z', Z'', Z'''), et l'on obtient sans difficulté le résultat suivant, dans lequel nous représentons au moyen du signe Σ la somme des termes semblables

$$(ZZ'Z''Z''') = \begin{bmatrix} (\alpha\alpha'\alpha''\alpha''' + 2\Sigma\alpha\alpha'\alpha''\beta''' + 4\Sigma\alpha\alpha'\beta''\beta''' + 4\Sigma\alpha\beta'\beta''\beta''' + 2\beta\beta'\beta''\beta'''), \\ (2\alpha\alpha'\alpha''\alpha''' + 4\Sigma\alpha\alpha'\alpha''\beta''' + 4\Sigma\alpha\alpha'\beta''\beta''' + 2\Sigma\alpha\beta'\beta''\beta''' + \beta\beta'\beta''\beta''') \end{bmatrix}.$$

» Observation. Cette formule générale exprime aussi les caractéristiques des systèmes dans lesquels les conditions sont de passer par des points ou de toucher des droites. Car si la condition Z, par exemple, est de passer par un point, il suffit pour exprimer cette condition de faire $\alpha = 1$ et $\beta = 0$. Et de même, si Z' exprime la condition de toucher une droite, on fera $\alpha' = 0$ et $\beta' = 1$.

Formule exprimant le nombre des coniques qui satisfont à cinq conditions $Z, Z', Z'', Z''', Z^{\text{IV}}$.

» Soit $(\alpha^{\text{IV}}\mu + \beta^{\text{IV}}\nu)$ l'expression du nombre des coniques d'un système (μ, ν), qui satisfont à la condition Z^{IV}; il suffit, pour avoir le nombre cherché $N(ZZ'Z''Z'''Z^{\text{IV}})$, de mettre pour μ et ν les expressions des caractéristiques du système $(ZZ'Z''Z''')$, données par la formule précédente. On obtient

$$N(ZZ'Z''Z'''Z^{\text{IV}}) = \alpha\alpha'\alpha''\alpha'''\alpha^{\text{IV}} + 2\Sigma\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''\beta^{\text{IV}} + 4\Sigma\alpha\alpha'\alpha''\beta'''\beta^{\text{IV}} + 4\Sigma\alpha\alpha'\beta''\beta'''\beta^{\text{IV}}$$
$$+ 2\Sigma\alpha\beta'\beta''\beta'''\beta^{\text{IV}} + \beta\beta'\beta''\beta'''\beta^{\text{IV}}.$$

» On remarque que dans cette formule deux coefficients appartenant à une même condition, tels que α et β, n'entrent jamais ensemble dans un même terme, et que l'un des deux se trouve toujours dans chaque terme. On pouvait prévoir qu'il en serait ainsi; car α^{IV} et β^{IV}, par exemple, n'entrent, comme on vient de le voir, dans la formation du nombre N, que par l'expression $\alpha^{\text{IV}}\mu + \beta^{\text{IV}}\nu$, où μ et ν sont des fonctions des autres coefficients $\alpha, \beta, \alpha', \ldots$. Ainsi la forme de l'expression de N se pouvait prévoir. Quant aux coefficients des cinq termes, il est clair qu'ils sont les nombres qui répondent aux cas où les cinq conditions sont respectivement (5p.); (4p., 1d.); (3p., 2d.); (4p., 1d.) et (5d.); dans lesquels on a

$$\alpha = \alpha' = \alpha'' = \alpha''' = \alpha^{\text{IV}} = 1, \quad \text{et} \quad \beta = \beta' = \beta'' = \beta''' = \beta^{\text{IV}} = 0;$$
$$\alpha = \alpha' = \alpha'' = \alpha''' = 1,\ \alpha^{\text{IV}} = 0, \quad \text{et} \quad \beta = \beta' = \beta'' = \beta''' = 0,\ \beta^{\text{IV}} = 1;$$
$$\alpha = \alpha' = \alpha'' = 1,\ \alpha''' = \alpha^{\text{IV}} = 0, \quad \text{et} \quad \beta = \beta' = \beta'' = 0,\ \beta''' = \beta^{\text{IV}} = 1;$$

etc.

» L'usage de la formule sera général et extrêmement simple, puisqu'il suffira toujours de donner aux coefficients α, β, α', etc., les valeurs relatives aux conditions de la question.

» Veut-on, par exemple, que la conique demandée touche deux courbes U_m^n, $U_{m'}^{n'}$; qu'elle coupe une droite sous un angle donné; que le pied d'une des normales abaissées d'un point donné soit sur une courbe de l'ordre $2p$.; et enfin qu'un axe de la courbe soit tangent à une courbe du troisième ordre à point de rebroussement?

» Ces cinq conditions seront représentées par les expressions

$$n\mu + m\nu; \quad n'\mu + m'\nu; \quad \mu + \nu; \quad 2p(2\mu + \nu); \quad 3(\mu + \nu).$$

De sorte qu'il suffit de faire dans la formule $\alpha = n$, $\beta = m$; $\alpha' = n'$, $\beta' = m'$;

$\alpha'' = 1$, $\beta'' = 1$; $\alpha''' = 4p$, $\beta''' = 2p$; $\alpha^{\text{iv}} = 3$, $\beta^{\text{iv}} = 3$.

» On obtient

$$N(ZZ'Z''Z'''Z^{\text{iv}}) = 6p[(32nn' + 37mm' + 42(mn' + nm')].$$

» Si les courbes U_m^n et $U_{m'}^{n'}$ n'ont pas de points multiples, on pourra ne faire entrer dans la formule que leur ordre, parce qu'alors

$$n = m(m-1), \quad \text{et} \quad n' = m'(m'-1).$$

Il vient

$$N(ZZ'Z''Z'''Z^{\text{iv}}) = 6p\,.\,mm'[32mm' + 10(m + m') - 15]\ (*).$$

» Autre hypothèse : qu'au lieu de la courbe U_m^n on ait un point, et au lieu de $U_{m'}^{n'}$ une droite, on fera

$$m = 0, \quad n = 1, \quad \text{et} \quad m' = 1, \quad n' = 0.$$

Il vient

$$N = 6.42.p.$$

» On conçoit que la plupart des théorèmes démontrés dans cette Note, comme dans les précédentes, s'appliquent à des systèmes de courbes d'ordre quelconque; et même, qu'il existe pour les courbes de chaque ordre deux

(*) Nous avons pris cet exemple, pour avoir occasion de dire que ce résultat, donné précédemment (*C. R.*, t. LVIII, p. 225), est exact; mais qu'il faut rectifier l'énoncé d'une des conditions de la question : au lieu de dire que « les coniques doivent avoir un sommet sur une courbe d'ordre p. », il faut demander, comme ci-dessus, que « le pied d'une des normales abaissées d'un point donné, se trouve sur une courbe de l'ordre $2p$. ».

formules générales analogues à celles qui résument la méthode des coniques.

» Les principes de cette méthode se pourront appliquer sans doute à certaines questions d'Analyse. Mais dans son domaine actuel de la théorie des courbes géométriques, on reconnaîtra peut-être que par sa généralité, elle participe du caractère de l'*Art analytique* dont Viète a pu dire : Quod est, *nullum non problema solvere* (*). »

PHYSIQUE DU GLOBE ET CHIMIE AGRICOLE. — *Sur la nitrière de Tacunga, État de l'Équateur; par* M. **Boussingault.** (Extrait.)

« Le salpêtre est répandu dans la nature avec une étonnante profusion. On le trouve dans la pluie, la neige, la grêle, la rosée, le brouillard ; dans l'eau des fleuves et, conséquemment, dans l'Océan. Il est engendré dans l'air et dans la terre. Lorsqu'un corps brûle dans l'atmosphère, il y a, le plus souvent, oxydation d'azote, formation d'un composé nitré. Néanmoins, si le nitre est partout, c'est en proportion extrêmement minime. Les localités où on le rencontre en abondance sont assez rares ; le seul point connu du globe où il atteigne la proportion d'un gîte minéral est dans la province de Zarapaca, au Pérou. Ailleurs, ce sel apparaît spontanément dans des circonstances fort diverses, qui toutes cependant dénotent l'intervention de matières organiques ; il couvre le sol d'efflorescences, se développe, pousse comme une végétation rapide. Il y a quelques jours la terre était noire, humide ; aujourd'hui elle est blanche, pulvérulente. Elle semble cachée sous la neige. On enlève le salpêtre en balayant le terrain, et si les conditions météorologiques restent favorables, l'on ne tarde pas à voir poindre une nouvelle récolte. C'est ainsi qu'on obtient le nitre du limon déposé par les inondations du Gange. C'est ainsi qu'en Espagne l'on retire du nitrate de potasse en lessivant des terres végétales qui deviennent, à volonté, soit des nitrières productives, soit des champs de froment (**).

» Dans ces nitrières naturelles, le salpêtre, sans aucun doute, provient des mêmes causes qui en assurent autre part la formation dans des proportions infiniment plus limitées : en plein soleil dans les terres cultivées ; à l'ombre dans le sol des forêts ; à l'obscurité dans les caves. C'est la réunion de toutes les circonstances propices à la production du salpêtre qui fait que le fond d'une vallée, une plaine, une caverne, donne des produits

(*) *In artem analyticen Isagoge;* caput VIII, 29.

(**) Bowles.

exceptionnels ; mais dans tous les cas ce sont les mêmes agents qui interviennent, des matières organiques, l'humus ; c'est le même phénomène qui s'accomplit, la combustion lente, déterminant, comme dans la jachère, l'oxydation d'une faible quantité d'azote appartenant à l'atmosphère (1).

» Que le nitre naisse dans un milieu renfermant des matières organiques analogues aux principes humiques de la terre végétale, c'est ce qui paraît incontestable. Aucun sol au monde ne dépasse en fertilité les rives du Gange ; en Espagne les nitrières sont des terres à blé ; à Ceylan les cavernes à salpêtre sont recouvertes de terrains boisés et, par cela même, placées de manière à recevoir les infiltrations d'un sol forestier ; elles sont en outre le repaire d'oiseaux qui y laissent des déjections.

» Un air sec, de longues périodes de jours sans pluie, sont assurément des conditions indispensables à la formation, et surtout à la conservation du salpêtre, aussi s'offrent-elles toujours là où il existe des nitrières. Mais il est encore une condition indépendante du climat, et purement géologique, qui contribue singulièrement à la révélation des terrains nitrifiés : c'est la présence de détritus de roches cristallines ayant le feldspath pour élément. C'est par l'apport de la potasse contenue dans ce minéral, qu'est constitué le nitrate de cette base alcaline, le salpêtre proprement dit, ayant assez peu d'affinité pour l'eau, et dont l'efflorescence est la manifestation la plus apparente de la nitrification. Or, toutes les nitrières naturelles connues jusqu'à présent sont pourvues de l'élément feldspathique ; il en est encore ainsi de la nitrière que je vais décrire, celle de Tacunga, dont le sol est un débris des trachytes et des tufs ponceux qui dominent parmi les roches volcaniques de l'Équateur.

» Tacunga, situé par 0°59′ de latitude sud, 80°10′ de longitude à l'ouest de Paris, a été fondé en 1524, sur l'emplacement d'une cité indienne. J'ai trouvé pour son altitude 2860 mètres ; la température moyenne est de 15°,5. La ville est placée entre deux rivières, l'Alaques et le Cutuchi, sur une pente douce qui s'élève graduellement jusqu'à la base du Cotopaxi ; à l'époque où je l'habitais, cette ville offrait un affligeant spectacle, on n'y voyait que des décombres attestant son ancienne splendeur. C'étaient là les effets des tremblements de terre de 1669 et 1757 qui occasionnèrent la mort de 12 000 habitants.

» La terre arable de Tacunga est un sable assez fin, de particules de trachyte et de ponce colorées par une matière humique. Quelques jours

(1) Boussingault, *Agronomie, Chimie agricole et Physiologie*, 2e édition, t. I, p. 318.

après qu'il a cessé de pleuvoir, le sol, particulièrement celui du Calvario, se couvre d'efflorescences blanches qui s'étendent jusqu'au pied des maisons du faubourg. On enlève les efflorescences lorsqu'on juge qu'elles ont acquis une épaisseur convenable ; on les lessive pour en extraire le salpêtre. . . . .

» . . . On a vu que le terrain de Tacunga se revêt d'efflorescences salines, aussitôt que l'air devient sec. Alors le salpêtre grimpe, croît, pour me servir des expressions usitées par les Indiens.

» Après la récolte, il en apparaît d'autre si l'état de l'atmosphère continue à favoriser sa production et son ascension. Lorsque la couche superficielle effleurie est enlevée, il doit nécessairement rester, jusqu'à une certaine profondeur, des nitrates tout formés ou en voie de formation. C'est une réserve qui constitue à un moment donné la richesse du sol.

» J'avais compris, il y a longtemps, qu'il y aurait de l'intérêt à examiner la terre placée au-dessous des efflorescences, afin d'apprécier sa teneur en nitrate et de rechercher les substances pouvant, par leur nature, concourir à la nitrification ; j'ai été assez heureux pour me procurer de la terre de la nitrière par l'intermédiaire d'un élève sorti des laboratoires du Conservatoire des arts et métiers, M. Cassola, que le gouvernement équatorien avait appelé à remplir la chaire de Chimie du collége de San-Vicente.

» M. Cassola a prélevé sur un grand nombre de points, des échantillons à partir de la surface jusqu'à un décimètre de profondeur, alors qu'il n'y avait plus d'efflorescences salines sur la superficie.

» A l'examen microscopique tous les échantillons ont présenté les mêmes éléments :

» Des grains arrondis de quartz transparent;

» Des grains de pierre ponce intacte et altérée, ayant alors l'apparence, la consistance du kaolin ;

» Quelques lames de mica ;

» Quelques débris végétaux fibreux, bruns, plus ou moins modifiés, dont une partie ressemblait à de la tourbe ;

» De rares fragments de fer titané ;

» De petites masses arrondies de trachytes ;

» Un peu d'argile jaunâtre.

» Ce mélange à peine plastique présentait en un mot les propriétés physiques d'une terre végétale légère.

» Les analyses exécutées dans mon laboratoire ont donné pour la composition des matières séchées au soleil :

	Terre du Calvario.
Azote engagé dans des substances organiques.......	0,243
Acide nitrique..............................	0,975
Ammoniaque..............................	0,010
Acide phosphorique..............................	0,460
Chlore..............................	0,395
Acide carbonique..............................	traces
Acide sulfurique..............................	0,023
Potasse et soude..............................	1,030
Chaux..............................	1,256
Magnésie..............................	0,875
de fer..............................	2,450
Sable, débris de ponce..............................	83,195
Eau..............................	3,150
Matières organiques et pertes..............................	6,181
	100,000

» Un décimètre cube de la terre du Calvario a pesé 1200 grammes; d'après l'analyse, il contiendrait $0^{gr},12$ d'ammoniaque à l'état de sels fixes; $11^{gr},70$ d'acide nitrique représentant $21^{gr},91$ de nitrate de potasse; $2^{gr},92$ d'azote entrant dans des matières organiques et formant une sorte de réserve pouvant donner lieu soit à une production d'acide nitrique, soit à une production d'ammoniaque.

» Telle est la teneur de la terre de Tacunga en principes nitrifiés ou nitrifiables, après qu'on a ramassé le salpêtre effleuri. Ce sont autant de matériaux qui apparaîtront bientôt si la pluie n'intervient pas. Jusqu'à quelle profondeur la nitrière en est-elle pourvue? c'est ce que l'on ignore; mais si l'on suppose qu'elle conserve la composition assignée par l'analyse, dans une épaisseur de 1 décimètre, on en tire cette conséquence, qu'un hectare de terrain du Calvario renfermerait en nitrates de différentes bases l'équivalent de 21910 kilogrammes de nitrates de potasse. Sans s'arrêter d'ailleurs à aucun nombre, on est bien forcé d'admettre que la nitrière est dotée d'une bien grande somme d'éléments nitrifiés ou nitrifiables, pour fournir des quantités de salpêtre aussi considérables que celles que l'on en extrait incessamment.

» L'analyse fait ressortir une curieuse analogie entre la constitution des terres de Tacunga et celles des meilleurs terrains cultivés, et même celle du terreau, de tous les engrais le plus généralement efficaces. De part et d'autre elle signale la présence de substances considérées, avec raison, comme

de puissants agents de fertilité : l'acide nitrique, l'ammoniaque, des matières humiques transformables, enfin l'acide phosphorique.

» Dans 1 kilogramme de matière sèche on trouve :

	Terre de la nitrière.	Terreau des maraîchers.	Terre du potager du Liebfrauenberg.
	gr	gr	gr
Azote uni à des matières organiques.....	2,43	10,50	2,59
Nitrates exprimés en nitrate de potasse...	18,26	1,07	0,95
Ammoniaque....	0,10	0,12	0,02
Acide phosphorique..................	4,60	12,80	3,12

» L'apparition spontanée du salpêtre dans une nitrière naturelle est due à un ensemble de circonstances parmi lesquelles figure en première ligne la fertilité du sol ; et si, dans la haute vallée des Andes, la nitrification n'est pas toujours assez intense pour devenir l'objet d'une exploitation, la fécondité des terres se ressent néanmoins des causes qui la déterminent. Nulle part on ne voit de plus beaux champs de luzerne que dans les environs de Tacunga. Les plantureux herbages de Puela où l'on engraisse le bétail, ceux d'Angamarca couverts de troupeaux de la race ovine, sont placés sur ce terrain privilégié. Plus au nord, l'aspect de la contrée change singulièrement. Déjà, près de Santa-Rosa, la végétation est réduite à de rares aloès, à des cactus épineux disséminés dans le désert de Guachi. Plus loin, l'on entre dans la plaine stérile de Japi, base du Chimborazo; c'est la continuation de la vallée de Tacunga que limitent deux ramifications des Andes et dont l'altitude se maintient à 2800 et 3000 mètres. C'est le même terrain : du trachyte, de la ponce désagrégée, comblant les anfractuosités des roches volcaniques de l'Équateur, mais l'humus manque et le salpêtre ne surgit plus.

» Il y a donc une connexité réelle entre la fertilité et la nitrification. Cela est évident pour la nitrière de Tacunga, comme pour les champs salpêtrés de l'Espagne dont on retire du nitre ou du froment; comme pour les rives du Gange qui donnent le salpêtre de houssage à côté des plus belles plantations de tabac, de maïs et d'indigo. De même que dans la terre arable de nos contrées septentrionales, l'acide nitrique est produit graduellement pendant la combustion lente invisible de la matière organique ; en 1852, j'ai pu suivre jour par jour ce phénomène sur de la terre du Liebfrauenberg (1).

(1) Boussingault, *Agronomie, Chimie agricole et Physiologie*, 2[e] édition, t. II, p. 10.

» Dans les nitrières naturelles, la formation du salpêtre est souvent intermittente, par la raison qu'elle est subordonnée à certaines conditions atmosphériques : la sécheresse la favorise quand elle ne s'étend pas jusqu'au sol. Une forte humidité lui est nuisible; la pluie d'ailleurs dissout, déplace ou entraîne le salpêtre déjà formé ; c'est ce qui arrive à Tacunga où la saison pluvieuse (*invierno*) se prolonge depuis décembre jusqu'en mai, et les pluies sont si fréquentes pendant ce dernier mois, que son abondance justifie pleinement le proverbe espagnol : *En mayo, hasta el sayo.* La saison sèche (*verano*) est interrompue par les orages de l'équinoxe de septembre. La durée de la nitrification est donc assez limitée dans cette localité. . . . .
C'est vraisemblablement à de telles circonstances qu'est due l'accumulation de ces prodigieuses quantités de nitrate de soude exploitées aujourd'hui, après être restées intactes pendant des milliers d'années. Ces gîtes, considérés comme inépuisables, sont placés dans la province de Zaracapa sur la pamba del Tamarugal, à la limite du désert de Yatacama, 1000 mètres au-dessus de l'océan Pacifique. . . . .

» L'origine de l'acide nitrique dans les nitrières naturelles réside, comme on l'a vu, dans la combustion lente des matières organiques azotées, analogues à l'humus, aux acides bruns des terres fertiles ; origine bien différente de celle de l'acide nitrique engendré dans l'atmosphère, qui est aussi une immense nitrière, par le feu électrique, par l'action encore si mystérieuse de l'ozone, déterminant la combinaison directe de l'azote avec l'oxygène.

» Dans une Lettre que m'a adressée M. Chabrier, chef d'escadron d'artillerie, en résidence à Constantine, sur les nitrières de l'Algérie, on lit dans la description des matériaux salpêtrés de Biskra : « qu'on y
» aperçoit au microscope des parcelles noires ou brunes que M. Millon,
» qui les a observées le premier, a reconnues être des produits humiques
» auxquels il a attribué dans la nitrification le rôle du combustible déter-
» minant, par entraînement, l'oxydation de l'azote et des matières orga-
» niques. »

» C'est là une heureuse coïncidence, car M. Millon ne connaissait pas plus les travaux auxquels je me livrais depuis plusieurs années, que je ne connaissais les siens. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les coniques qui touchent des courbes d'ordre quelconque;* *par* M. CAYLEY. (Extrait d'une Lettre adressée à M. Chasles.)

« En considérant l'expression

$$S_5(S_5 + S_4 + S_3 - 3S_2 + 3S_1)$$

que vous avez donnée (*Comptes rendus*, t. LVIII, p. 223) pour le nombre des coniques qui touchent cinq courbes d'ordre quelconque, j'ai trouvé qu'elle peut s'écrire sous la forme que voici, savoir : en dénotant les ordres par (m, n, p, q, r), et en mettant $M = m^2 - m, \ldots$, de manière que (M, N, P, Q, R) seront les classes des cinq courbes, l'expression transformée est

$$(M, m)(N, n)(P, p)(Q, q)(R, r)\{1, 2, 4, 4, 2, 1\};$$

en représentant par cette notation abrégée la fonction

$$\begin{aligned} &1 . \ MNPQR \\ &+ 2\Sigma(mNPQR) \\ &+ 4\Sigma(mnPQR) \\ &+ 4\Sigma(mnpQR) \\ &+ 2\Sigma(mnpqR) \\ &+ 1 . \ mnpqr. \end{aligned}$$

» En écartant les relations $M = m^2 - m, \ldots$, et en supposant seulement que (m, n, p, q, r) soient les ordres, et (M, N, P, Q, R) les classes des cinq courbes, la nouvelle formule s'applique aux courbes avec des points doubles ou de rebroussement; on peut même supposer que la courbe de la classe M et de l'ordre m se réduise à un système de M points et de m droites, et que les autres courbes se reduisent aussi à des systèmes de points et droites; et cela étant, on obtient une vérification immédiate de la formule. Car en choisissant dans le système qui remplace chaque courbe un élément (point ou droite) à volonté, on obtient

$$\begin{aligned} &MNPQR \text{ systèmes } 5p, \\ &\Sigma mNPQR \text{ systèmes } 4p, 1d, \\ &\Sigma mnPQR \text{ systèmes } 3p, 2d, \\ &\Sigma mnpQR \text{ systèmes } 2p, 3d, \\ &\Sigma mnpqR \text{ systèmes } 1p, 4d, \\ &mnpqr \text{ systèmes } 5d. \end{aligned}$$

» Or la condition par rapport à la première courbe se réduit à celle de passer par l'un quelconque des M points, ou de toucher l'une quelconque des m droites; et de même pour les autres courbes. Donc (en entendant par le mot *toucher* appliqué à un système de points et de droites, passer par les points et toucher les droites du système) la conique doit toucher l'un quelconque des systèmes $(5p)$, ou $(4p, 1d)$, ou $(3p, 2d)$,..., ou $(5d)$; et pour un système de la forme

$$(5p),\quad (4p, 1d),\quad (3p, 2d),\quad (2p, 3d),\quad (1p, 4d),\quad \text{ou}\quad (5d),$$

le nombre des coniques est

$$1,\quad 2,\quad 4,\quad 4,\quad 2,\quad \text{ou}\quad 1,$$

ce qui donne pour le nombre total des coniques l'expression ci-dessus écrite.

» On peut supposer que la conique, au lieu de toucher les deux courbes m, n, ait avec la seule courbe m (1°) un contact du deuxième ordre; (2°) un contact double. Le nombre des coniques qui satisfont à l'une ou l'autre de ces conditions, et qui passent aussi par trois points donnés, a été trouvé par Steiner (*Aufgabe und Lehrsätze*, Crelle, t. XLIX, p. 273), savoir : (1°) le nombre $= 3m(m-1)$; (2°) le nombre $= \frac{1}{2}(m^2 - m)(m^2 + 3m - 6)$; j'ai vérifié d'une manière particulière ces deux résultats.

» En supposant que la conique (au lieu de passer par les trois points donnés) touche les courbes p, q, r, je trouve pour les deux cas respectivement, ces résultats

$$1^\circ \text{ Le nombre} = 3(m^2 - m) \times (\mathrm{P}, p)(\mathrm{Q}, q)(\mathrm{R}, r)\{1, 2, 2, 1\},$$

$$2^\circ \text{ Le nombre} = \frac{1}{2}(m^2 - m) \times (\mathrm{P}, p)(\mathrm{Q}, q)(\mathrm{R}, r)\{m^2 + 3m - 6,$$
$$2m^2 + 6m - 16,\ 4m^2 + 4m - 22,\ 4m^2 - 15\};$$

formules dans lesquelles la courbe m doit être une courbe sans singularités.

» Grasmere, Westmoreland; 27 juillet 1864. »

M. Lecoq fait hommage à l'Académie d'un ouvrage intitulé : *Les Eaux minérales dans leurs rapports avec la chimie et la géologie*. Cet envoi est accompagné de la Lettre suivante :

« Mon but, dans ce travail, a été de restituer aux eaux minérales la part considérable qui leur appartient dans la formation des terrains, et de mon-

trer dans toute son étendue l'influence de l'intérieur sur l'extérieur de notre planète. J'ai dû étudier avec détails la nature des produits que ces eaux amènent ou abandonnent à leur source et conclure de ce qui se passe à l'époque actuelle, ce qui a dû avoir lieu aux anciennes époques géologiques.

» J'ai été heureux de pouvoir m'appuyer souvent, dans ces considérations, sur l'opinion et les travaux de plusieurs Membres distingués de cette Académie.

» Les études que j'ai faites m'ont convaincu que la plupart des éléments connus, tous peut être, ont pu être amenés au jour par les eaux minérales, soit pendant la période actuelle, soit aux époques géologiques antérieures.

» L'origine de la matière organique des eaux a aussi été discutée dans ce volume.

» Enfin, le résumé de mes recherches, c'est que les eaux minérales, loin de puiser les principes qu'elles contiennent dans les terrains qu'elles traversent, ont, au contraire, formé ou contribué à former ces terrains et une partie des minéraux qu'ils renferment. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'une Commission de deux Membres pour la révision des comptes de l'année 1862.

MM. Mathieu et J. Cloquet réunissent la majorité des suffrages.

MÉMOIRES LUS.

PATHOLOGIE. — *Cinquième Note sur l'infection purulente ; par* **M. Bataillhé.**

« Dans la présente communication, dit l'auteur, nous nous sommes proposé : 1° d'étudier l'état des veines au voisinage de la plaie chez les sujets affectés d'infection putride aiguë; 2° de présenter quelques remarques sur la question de l'insalubrité des hôpitaux. »

Le Mémoire de M. Bataillhé, trop étendu pour être reproduit intégralement au *Compte rendu*, et, par sa nature, peu susceptible d'analyse, est renvoyé à l'examen d'une Commission composée de MM. Rayer, Velpeau et J. Cloquet.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

« **M. de Quatrefages** présente, de la part de *M. Boucher de Perthes*, les procès-verbaux détaillés des deux fouilles faites à Moulin-Quignon, les 9 et 16 juillet 1864.

» Il résulte de ces procès-verbaux que toutes les précautions les plus minutieuses ont été prises pour s'assurer de l'intégrité des terrains et de l'impossibilité de toute fraude. La sévérité du contrôle et de la surveillance était d'autant mieux assurée que, parmi les témoins appelés par M. de Perthes, se trouvaient quelques personnes qui professaient hautement la plus grande incrédulité relativement à la réalité des découvertes qu'il s'agissait de constater. Ces personnes, convaincues par les faits, ont signé les procès-verbaux aussi bien que celles dont les convictions résultaient d'observations antérieures.

» Voici les noms des témoins des deux fouilles :

» 9 juillet. — *MM. Louis Trancart*, maire de Laviers ;

» *Pierre Sauvage*, adjoint au maire d'Abbeville, Membre de la Société d'Émulation de cette ville;

» *F. Marcotte*, conservateur du Musée d'Abbeville, Membre de la Société d'Émulation et de l'Académie d'Amiens ;

» *A. de Caïeu*, Membre de la Société d'Émulation et de la Société des Antiquaires de Picardie ;

» *Jules Dubois*, Membre de plusieurs Sociétés savantes.

» 16 juillet. — *MM. Buteux*, Membre de la Société géologique de France ;

» *De Mercey*, Membre de la Société géologique de France ;

» Le baron *de Varicourt*, chambellan du roi de Bavière ;

» *Devillepoix*, Membre de la Société d'Émulation ;

» *Girot*, professeur de physique et de chimie ;

» *L. Trancart;*

» *P. Sauvage;*

» *F. Marcotte;*

» *J. Dubois.* »

PHYSIOLOGIE. — *Recherches expérimentales sur la question des générations spontanées.* Extrait d'une Note de M. Fromentel.

(Commission nommée pour les communications relatives à cette question : MM. Flourens, de Quatrefages, Ch. Sainte-Claire Deville, Daubrée.)

« Tout le temps qu'a duré la discussion sur la vieille question de la génération spontanée, j'ai assisté de loin à ces curieux débats, sans vouloir y prendre part, bien que depuis près de vingt-cinq ans mes études microgra-

phiques portées sur cet objet m'aient permis de fixer depuis longtemps mon opinion. Aujourd'hui que les expérimentateurs se sont retirés et qu'ils ne doivent probablement pas de sitôt rentrer dans la lice, je viens faire connaître une expérience que j'ai faite pour la première fois à Strasbourg, il y a dix-huit ou vingt ans.

» La question semble maintenant simplifiée. Ce qui, suivant moi, sépare M. Pasteur des hétérogénistes, c'est la quantité d'air renfermée dans les ballons. MM. Pouchet, Joly et Musset reprochent à M. Pasteur de mettre son mélange fermentescible en contact avec une trop petite quantité d'air et, suivant eux, si les ballons contenaient seulement un décimètre cube d'air on obtiendrait constamment et partout des productions organisées. L'expérience que j'ai faite autrefois et dont je vais donner le détail, ne permet plus de semblables objections, car ce n'est plus 1 centimètre cube d'air que je mets en contact avec le mélange fermentescible, c'est 1 mètre, 2 mètres cubes, etc. Voici en quoi consiste mon appareil :

» Six vases à deux tubulures sont remplis aux deux tiers : le premier par de l'acide sulfurique; le deuxième par de l'acide chlorhydrique ; le troisième par de l'acide nitrique rutilant; le quatrième par de l'eau distillée; le cinquième par le mélange fermentescible; le dernier enfin, par du mercure. Un tube placé entre le troisième et le quatrième renferme de l'amiante ou du coton cardé. Le tout se trouve relié par des tubes qui permettent à l'air, aspiré par la fuite du mercure, de passer du premier vase dans tous les autres vases. L'air qui pénètre dans le premier ballon et qui arrive dans le cinquième a donc traversé de l'acide sulfurique, de l'acide chlorhydrique, de l'acide nitrique, du coton et de l'eau pure. En arrivant dans ce cinquième ballon, l'air a donc dû être privé de toute matière organique, et en effet, si toutes les tubulures ont été bien lutées, on peut laisser fonctionner l'appareil pendant plusieurs mois sans que le mélange de cet avant-dernier ballon subisse de modifications appréciables.

» La réussite de l'expérience tient surtout à la manière dont on opère; ainsi, avant d'introduire le mélange fermentescible dans le flacon destiné à le contenir, il faut avoir soin de faire circuler dans tous les vases, et cela pendant un certain temps, un courant d'air purifié ; puis on introduit rapidement dans un tube disposé à cet effet, que l'on vient seulement d'ouvrir, le mélange chauffé dans un ballon à petite tubulure, et ce tube est aussitôt refermé. »

ZOOLOGIE. — *Application des principes de la morphologie à la classification des Oiseaux;* par **M. L.-A. Segond.**

(Commissaires, MM. Milne Edwards, Valenciennes, Blanchard.)

« Quand on recherche, dit l'auteur, dans les parties les moins variables du squelette des Oiseaux les caractères qui peuvent le mieux révéler le degré d'affinité qui existe entre les animaux de cette classe, on reconnaît que toutes les espèces dérivent, soit directement, soit par mélange, de quatre types dont la plus parfaite réalisation se manifeste dans l'*Aigle*, le *Cygne*, le *Coq* et l'*Autruche*....

» Dans mon programme de morphologie dont la partie anatomique fut, en septembre 1862, soumise au jugement de l'Académie, j'ai pu faire la distribution méthodique des Mammifères par la seule considération de la partie centrale de la colonne vertébrale qui, dans cette première classe, offre un degré suffisant de complexité; mais, dans la classe des Oiseaux, il faut, à cause de la plus grande spécialité du squelette, recourir à l'ensemble du tronc. En tenant compte de l'épine dorsale, du bassin et du sternum, on arrive à séparer les Oiseaux en quatre lignées naturelles, à partir des types que je viens d'indiquer.... »

PATHOLOGIE. — *Étude médicale sur les buveurs d'absinthe, précédée de quelques considérations sur l'abus des alcooliques; par* **M. E. Decaisne.**

(Commissaires, MM. Serres, Andral, Cloquet.)

L'auteur, en terminant son Mémoire, le résume dans les termes suivants :

« 1° L'absinthe à dose égale, et au même degré de concentration alcoolique que l'eau-de-vie, a des effets plus funestes et plus prononcés sur l'économie.

» 2° A dose égale, l'absinthe produit l'ivresse beaucoup plus rapidement que l'eau-de-vie. Les états qu'on a décrits sous le nom d'*alcoolisme aigu* et d'*alcoolisme chronique* se développent sous son influence beaucoup plus facilement. Il ne faut pas oublier cependant de faire entrer ici en ligne de compte le degré de concentration de l'alcool, en général assez élevé dans l'absinthe.

» 3° Les effets de l'absinthe sur le système nerveux sont plus marqués que ceux de l'eau-de-vie, et ressemblent assez bien à l'intoxication par un poison narcotico-âcre.

» 4° Un des plus grands dangers de l'absinthe consiste dans les sophistications qu'on lui fait subir, et il est urgent d'appeler sur ce point l'attention de l'autorité.

» 5° L'absinthe à dose modérée et de bonne qualité (soit un verre ou deux par jour) n'est jamais exempte de dangers, et produit toujours dans un espace de temps plus ou moins long, et selon les diverses aptitudes individuelles, des désordres plus ou moins sensibles dans l'économie, et particulièrement dans les fonctions digestives.

» 6° Enfin l'absinthe, même à dose très-modérée et de bonne qualité, doit être bannie de la consommation. »

M. J. Swaim adresse, de Philadelphie, une boîte contenant plusieurs rameaux de *Vernonia noveboracensis* sur lesquels des fourmis ont construit de petites cabanes destinées à abriter les pucerons dont elles sucent la liqueur sucrée.

« Cette espèce de *Vernonia*, dit M. Swaim dans la Lettre qui accompagne son envoi, est très-sujette à être couverte de pucerons, mais je n'y avais jamais vu de constructions destinées à les loger, et je crois le fait nouveau pour la science (1). »

La boîte qui contient ces rameaux, recueillis à trois milles environ à l'est de Philadelphie, renferme aussi quelques-unes des fourmis architectes.

La Lettre et les objets qu'elle accompagne sont renvoyés à l'examen de MM. Milne Edwards et Blanchard.

---

(1) Le fait n'a peut-être pas encore été signalé pour les fourmis américaines, mais il l'est depuis longtemps pour les nôtres. Huber l'a observé chez plusieurs espèces, et est entré à ce sujet dans de grands détails : nous lui emprunterons seulement le passage suivant :

« Je découvris un jour un Tithymale, qui supportait au milieu de sa tige une petite sphère à laquelle il servait d'axe. C'était une case que des fourmis avaient bâtie avec de la terre. Elles en sortaient par une ouverture fort étroite pratiquée dans le bas, descendaient le long de la branche et passaient dans une fourmilière voisine. Je démolis une partie de ce pavillon construit presque en l'air, afin d'en étudier l'intérieur, c'était une petite salle dont les parois, en forme de voûte, étaient lisses et unies; les fourmis avaient profité de la forme de cette plante pour soutenir leur édifice; la tige passait donc au centre de l'appartement et ses feuilles en composaient toute la charpente; cette retraite renfermait une nombreuse famille de pucerons, auprès desquels les fourmis brunes venaient paisiblement faire leur récolte, à l'abri de la pluie, du soleil et des fourmis étrangères... »

(Huber, *Recherches sur les mœurs des fourmis indigènes*. Genève, 1810, p. 198.)

M. **Chambon-Lacroisade** adresse, comme pièces de concours pour le prix dit des Arts insalubres, divers documents relatifs à des appareils de son invention pour le chauffage des fers à repasser.

(Renvoi à la Commission nommée dans la séance du 11 avril.)

M. **Duprez**, à l'occasion de la communication faite dans la séance du 4 juillet par *M. Becquerel*, sur la conservation du fer et du cuivre dans la mer, prie l'Académie de vouloir bien prendre connaissance des documents qu'il lui adresse aujourd'hui et de ceux qu'il sera prochainement en mesure de produire, documents qui établissent, dit-il, l'antériorité de ses travaux en ce qui touche ce même genre de recherches et leur degré d'avancement.

La pièce que produit aujourd'hui M. Duprez est un Mémoire autographié de 100 pages d'impression ayant pour titre : « Mémoire sur un moyen de préservation des métaux oxydables, applicable surtout aux constructions navales en fer. »

(Renvoi à l'examen d'une Commission composée de MM. Becquerel, Pouillet et Valenciennes.)

CORRESPONDANCE.

M. **le Ministre de l'Agriculture, du Commerce et des Travaux publics** adresse pour la Bibliothèque de l'Institut le n° 1 des Brevets d'invention pris dans l'année 1864.

L'Académie royale des Sciences de Madrid fait hommage à l'Académie d'un exemplaire de l'ouvrage intitulé : « Livres de la Science d'Astronomie du roi don Alphonse X de Castille, réunis, annotés et commentés par don Man. Rico y Sinobas ».

L'Académie avait déjà reçu antérieurement un exemplaire de cette splendide publication, qui lui avait été adressée par M. Rico y Sinobas.

M. **le Secrétaire perpétuel** présente, au nom des auteurs, les deux ouvrages suivants :

« Étude sur l'industrie huîtrière aux États-Unis, » faite par ordre de S. E. M. le Ministre de la marine, par *M. de Broca*, lieutenant de vaisseau ;

» Observations sur quelques points de l'hygiène du blanchissage, » par *M. Adelphe Espagne*, professeur-agrégé à la Faculté de Médecine de Montpellier.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *De la nitrification en Algérie* (suite). Note de **M. E. Millon**, présentée par M. le Maréchal Vaillant.

« Dans plusieurs publications précédentes, je me suis attaché à découvrir les causes auxquelles il fallait attribuer l'abondante diffusion du nitre en Algérie. Après avoir apprécié les influences locales, je n'ai pas tardé à reconnaître que, dans la généralité des cas, la formation naturelle du nitre se trouvait sous la dépendance du terreau qu'il était facile de remplacer par un principe pur, par exemple l'acide humique, extrait du charbon de bois ou du sucre. Combustion simultanée du principe humique et de l'ammoniaque, quel que soit d'ailleurs le mécanisme par lequel cette combustion s'opère, tel est le fait que j'ai établi et démontré par de nombreuses analogies chimiques. N'est-ce pas une des réactions spontanées qui doivent se rencontrer le plus fréquemment sur le sol, autour de nos habitations? N'est-il pas possible d'utiliser un fait de ce genre partout où les résidus de matières végétales et animales encombrent nos villes et y répandent l'insalubrité? Telles sont les questions que je me suis proposé d'examiner. Il s'agissait d'opérer sur des quantités importantes, et, par suite, de déterminer un mode d'extraction du nitre différent du lessivage des salpêtriers, lequel n'était plus applicable, suivant ses règles ordinaires, à des masses terreuses énormes ne renfermant que de petites proportions de nitrate.

» Bientôt il m'a été démontré que la matière organique ne devient active pour la nitrification qu'après avoir subi la transformation humique; jusque-là cette matière contrarie la marche des combustions nitriques, comme le feraient des branchages verts jetés au milieu d'un foyer allumé. Ainsi, pour citer de suite les résultats de l'expérience, l'addition de l'urine ne détermine nullement dans un mélange terreux convenable l'apparition du salpêtre, et celui-ci se montre, au bout de trois jours, à la suite d'une addition d'humate d'ammoniaque; l'urine n'accélère pas non plus le cours d'une nitrification bien établie et quelquefois la ralentit. Il faut donc conclure avant tout que, si les détritus de nature organique sont nécessaires à la nitrification, ils n'ont leur effet utile qu'à partir du moment où ils sont convertis en terreau; c'est alors qu'ils sont à l'état de combustible propre à s'oxyder

spontanément et à brûler l'ammoniaque, en la nitrifiant. Dans mon opinion, il faut avant tout scinder le travail qu'on demande aux nitrières artificielles; on convertira d'abord la matière organique en humus, et c'est seulement lorsqu'elle sera arrivée à ce dernier état qu'on procédera aux mélanges définitifs au sein desquels le nitre doit prendre naissance.

» Maintenant voici comment, après de nombreux essais, j'ai disposé les appareils dans lesquels je me proposais d'observer la marche de la nitrification.

» J'ai construit des bassins rectangulaires, longs d'un demi-mètre, larges de 35 centimètres et haut de 22 centimètres. Ces bassins contenaient de 15 à 18 kilogrammes de mélange terreux nitrifiable; leurs parois avaient été rendues imperméables par un mastic déjà éprouvé, et, afin de faire pénétrer l'eau de bas en haut, j'avais placé verticalement, au milieu de chaque bassin, trois tuyaux de terre cuite, larges de 10 à 12 centimètres pour une hauteur de 25 à 28 centimètres. Ces tuyaux restaient ouverts par les deux bouts; le mélange était répandu autour d'eux de manière à remplir les bassins, puis l'eau était introduite par l'orifice supérieur des tuyaux dont elle gagnait d'abord le fond : elle pénétrait lentement dans le mélange, en s'élevant peu à peu, et finissant par l'humecter complétement. L'eau s'évaporait plus ou moins vite, en raison de la température ambiante de l'air et de son état hygrométrique. Au bout de quelques jours, lorsque je remarquais que la couche supérieure du mélange terreux commençait à sécher, j'étudiais par l'analyse chimique ce qui s'était passé dans l'intérieur des bassins. J'ai constaté que le nitre s'accumulait dans la couche la plus superficielle et décroissait rapidement à mesure qu'il s'approchait du fond. Sur une hauteur de 20 centimètres de terre, j'ai trouvé dans la couche du bas jusqu'à cent fois moins de nitre que dans la couche du haut. En séparant la masse terreuse qui remplissait les bassins précédents en trois couches d'égale épaisseur, le dosage du nitre a donné les nombre suivants :

» En nitre, pour 100 de la masse :

Tiers supérieur	0,190
Tiers moyen	0,057
Tiers inférieur	0,024

» La terre, prise à la couche la plus superficielle du tiers supérieur, contenait 2,400 pour 100 de nitre.

» Dans un autre bassin, le nitre se distribue ainsi :

» En nitre, pour 100 de la masse :

Tiers supérieur	0,480
Tiers moyen	0,141
Tiers inférieur	0,009

» La terre prise à la surface contenait 1,26 pour 100 de nitre.

» Dans d'autres expériences, j'ai récolté à la surface du bassin de la terre qui renfermait 3,36 et même 4,50 pour 100 de nitre; c'étaient déjà des terres exploitables par le lessivage.

» Mais il s'est présenté dans le cours de ces observations un fait d'accumulation encore plus frappant. J'avais installé quatre nitrières artificielles de la dimension que j'ai indiquée; chacune d'elles était pourvue de tuyaux de poterie implantés au milieu du mélange terreux, dont ils dépassaient le niveau de quelques centimètres. Il y avait ainsi douze tuyaux mis en expérience; trois d'entre eux se sont recouverts à leur sommet de cristaux, qui bientôt ont formé une croûte blanche assez dure pour être détachée. J'ai analysé ces cristaux à plusieurs reprises, et j'y ai trouvé de 74 à 83 pour 100 de nitrate de potasse.

» Voici l'analyse complète d'une de ces efflorescences :

Nitrate de potasse	83,00
Sulfate de chaux	3,87
Carbonate de chaux	1,68
Carbonate de potasse	5,61
Chlorure de sodium	2,61
Acide phosphorique	traces.
Total	96,77
Magnésie, alumine, silice, eau et perte	3,23

» Chacun de ces tuyaux trempait, à la base, dans une terre humide qui ne renfermait pas plus de $\frac{1}{10000}$ de nitre, et il avait suffi d'une course ascensionnelle de 25 centimètres pour aboutir à une accumulation de nitre qui, par sa richesse, égale ou surpasse tous les produits naturels connus.

» Trois tuyaux seulement sur douze ont produit cette séparation du nitre; sur les neuf autres, il n'y avait pas trace d'efflorescence ou de croûte saline. Sans doute, c'est au grain de la poterie, à sa porosité, à son degré de cuisson, etc., qu'il faut attribuer la différence que je signale. Dans la formation même du nitre, la cohésion, la plasticité, le mode d'agrégation du mélange terreux ne doivent pas jouer un rôle moins important.

» J'ai pris pour point de départ de mes mélanges nitrifiables une terre

arable, à laquelle j'ajoute des cendres et du terreau dans les proportions suivantes :

Terre arable..............................	20 parties.
Cendres..................................	4 »
Terreau..................................	3 »

» Le principe ammoniacal se trouve contenu dans le terreau en même temps que le principe humique ; s'il venait à s'épuiser, il faudrait recourir à une addition de sel ammoniacal. Si la terre arable était forte et argileuse, il serait indispensable d'y incorporer du sable fin en quantité suffisante pour faire une terre meuble et facilement perméable à l'air et à l'eau. Il est préférable de mélanger intimement tous ces matériaux ; mais, à la rigueur, on peut disposer d'abord les cendres et le terreau au fond de la nitrière et répandre la terre par-dessus. On humecte une première fois cette masse en introduisant l'eau par l'orifice ouvert des tuyaux de terre cuite; l'eau s'évapore plus ou moins vite, suivant l'état de l'atmosphère. Dès que la surface de la nitrière se dessèche, on l'humecte une seconde fois en faisant toujours pénétrer l'eau par en bas, et après cette seconde humectation on récolte déjà du nitre.

» Je n'ai pas besoin de faire remarquer combien les conditions de nitrification que je viens de décrire sont généralement répandues. Ce ne sont pas seulement les grandes cités comme Paris qui ont de la peine à évacuer leurs immondices et à les utiliser complétement au profit de la végétation. Dans les pays peu avancés en agriculture, les fumiers et les détritus organiques de tout genre s'accumulent inutilement et non sans danger autour des habitations, ou bien sont anéantis. A Alger, on les jette en grande partie à la mer ; il y a peu d'années, on brûlait encore les fumiers aux portes de Constantine. Les terres à nitre que M. Chabrier exploite aux environs de l'oasis de Biskra, et avec lesquelles il a pu produire annuellement de 50 000 à 60 000 kilogrammes de salpêtre, n'ont pas d'autre origine : les mêmes terres se rencontrent en Algérie partout où des stations arabes ont existé et disparu.

» Le climat algérien se prête d'une manière si exceptionnelle à cette transformation des détritus organiques en nitre, qu'en attendant qu'ils soient recueillis précieusement, comme ils méritent de l'être, pour les besoins de la terre, il n'y aurait peut-être pas de meilleur moyen de les utiliser. Leur nitrification résoudrait en même temps la question de salubrité, si menaçante durant les étés brûlants d'Afrique. Que l'on considère aussi que l'acide nitrique et la potasse se réunissent dans cette récolte du nitre, et que ces

deux principes, dont nos industries anéantissent chaque jour des quantités considérables, sont précisément de ceux que la nature ne prodigue pas. Ne voilà-t-il pas assez de motifs pour essayer en Algérie d'une nitrification méthodique? Établie sur une échelle suffisante, elle répandrait beaucoup de lumière sur un des plus grands problèmes de l'hygiène actuelle et montrerait jusqu'à quel point, dans cette manipulation toute nouvelle, la valeur des produits parvient à solder la main-d'œuvre. »

CHIMIE. — *Sur les hydrocarbures du goudron de houille.* Note de **M. F. Beilstein**, présentée par M. H. Sainte-Claire Deville.

« La *benzine* et le *toluène*, les deux premiers termes de la série $€^nH^{2n-6}$ des hydrocarbures, sont parfaitement bien connus. Quant au terme suivant, le *xylène*, $€^8H^{10}$, les indications sur ce corps sont assez divergentes. Selon M. Church, le xylène bout à 126°,2, tandis que M. Hugo Muller trouve 140 degrés pour le point d'ébullition du xylène. Ce dernier est caractérisé, d'après M. Muller, par la facilité avec laquelle il peut être transformé en xylène trinitré, qui fournit, par la réduction avec le sulfure d'hydrogène, le *nitro-diamido-xylène*, base diatomique, cristallisant en magnifiques aiguilles rouges. Par cette propriété, le xylène est identique avec un hydrocarbure extrait par MM. Bussenius et Eisenstuck du naphte de Sehnde (Hanovre).

» Ces indications contradictoires m'ont engagé à étudier le xylène plus spécialement. J'ai pu facilement me convaincre de la parfaite exactitude des faits observés par M. Muller. En soumettant une quantité notable d'hydrocarbure du goudron à une distillation fractionnée, j'ai remarqué que le thermomètre reste stationnaire à 82 degrés (benzine), 111 degrés (toluène), 141 degrés (xylène). On peut, de cette manière, recueillir une grande quantité de xylène qui, cependant, n'est pas tout à fait pur. Il est souillé d'une petite quantité d'un hydrocarbure appartenant, à ce qu'il paraît, à la série $€^nH^{2n+2}$. On l'en débarrasse par un traitement à l'acide sulfurique fumant, qui ne dissout que le xylène.

» Les faits que je rapporte ne sont pas nouveaux. Tous les chimistes qui se sont occupés des hydrocarbures du goudron ont observé exactement les mêmes faits, ils les ont seulement interprétés d'une manière différente. Ainsi, M. Mansfield trouve qu'en fractionnant les hydrocarbures du goudron, le thermomètre s'arrête de 80 à 90 degrés, de 110 à 115 degrés, de 140 à 145 degrés. M. Ritthausen observe des points d'arrêts à 80-81 degrés,

110-110°,5, 139-140 degrés. M. Hilkenkamp trouve également des températures constantes à 80-85 degrés, 107°,5-112°,5, 137°,5-142°,5.

» Le xylène pur a été, de notre part, l'objet d'une foule d'expériences, dont nous avons l'honneur de présenter à l'Académie les principaux résultats.

» Le xylène se combine facilement avec l'acide sulfurique fumant. On obtient l'acide *xylène-sulfurique*, dont nous avons préparé et analysé les sels de baryte, de chaux, de plomb, de cuivre. La composition de ces sels correspond aux formules $\text{Ɇ}^8H^9BaS\text{Θ}^3$, $\text{Ɇ}^8H^9CaS\text{Θ}^3$, $\text{Ɇ}^8H^9PbS\text{Θ}^3$, $\text{Ɇ}^8H^9CuS\text{Θ}^3$.

» L'acide xylène-sulfurique libre se décompose par la distillation en reproduisant le xylène pur. Ce xylène, parfaitement pur, bout d'une manière régulière à 139 degrés. Sa composition répond exactement à la formule Ɇ^8H^{10}.

» Tout récemment, M. Béchamp a communiqué à l'Académie la découverte d'un nouvel hydrocarbure du goudron de houille, bouillant de 139 à 140 degrés. On voit bien, d'après ce qui précède, que cet hydrocarbure n'est autre chose que le xylène pur. Quant à la portion distillant entre 126 et 130 degrés, et que M. Béchamp regarde comme du xylène, ce n'est qu'un mélange, qui, par une suite de distillations fractionnées, peut facilement être décomposé en toluène, bouillant à 111 degrés; en xylène, bouillant à 139 degrés.

» Le xylène est facilement oxydé par une ébullition prolongée avec un mélange de bichromate de potasse et d'acide sulfurique. On obtient de l'acide *térephtalique* dont la formation s'explique par l'équation

$$\text{Ɇ}^8H^{10} + \text{Θ}^6 = \text{Ɇ}^8H^6\text{Θ}^4 + 2H^2\text{Θ}.$$

» Le brome agit vivement sur le xylène. On obtient le xylène bromé, Ɇ^8H^9Br, bouillant avec légère décomposition à 212 degrés.

» L'acide nitrique fumant transforme le xylène aisément en xylène mono, di et trinitré. Le xylène mononitré est liquide et non volatil sans décomposition. Le xylène dinitré, fusible à 93 degrés, et le xylène trinitré, fusible à 177 degrés, s'obtiennent facilement cristallisés. Le xylène trinitré fournit, par la réduction avec le sulfure d'hydrogène, les deux composés $\text{Ɇ}^8H^7(N\text{Θ}^2)^2(NH^2)$ et $\text{Ɇ}^8H^7(N\text{Θ}^2)(NH^2)^2$, dont le dernier cristallisé en de magnifiques aiguilles rouges. Ces faits prouvent la parfaite exactitude des indications de M. Muller.

» Ces expériences ont été exécutées au laboratoire de M. Wœhler. »

MINÉRALOGIE. — *Sur deux variétés de carbonate de fer amorphe, trouvées dans le département d'Ille-et-Vilaine*. Note de **M. Massieu**, présentée par M. Daubrée.

« L'existence du carbonate de fer des mines de Pontpéan est aujourd'hui bien connue, mais je ne sache pas que personne ait encore décrit le gisement ni indiqué la composition de cette substance, et j'ai pensé que l'Académie pourrait recevoir, avec quelque intérêt, des renseignements succincts à cet égard.

» Il y a deux ans, je trouvai, dans les minerais de fer de la Lande de Paimpont, des noyaux d'hydroxyde de fer, renfermant des amandes blanches d'un carbonate de fer amorphe, plutôt pierreux que terreux; ce carbonate est très-altérable à l'air; une amande de 4 à 5 centimètres est devenue complétement rouge, au bout de plusieurs mois. M. Malaguti voulut bien examiner cette substance et la reconnut pour du carbonate de protoxyde de fer hydraté; il eut l'occasion d'en signaler l'existence dans ses belles recherches sur le magnétisme de certains peroxydes de fer.

» Ayant déjà rencontré en Bretagne un carbonate de fer blanc et amorphe, je ne fis pas tout d'abord une grande attention aux échantillons du carbonate de Pontpéan qui me furent remis au mois d'octobre dernier; pourtant ce minéral possède la propriété remarquable de ne pas s'altérer sensiblement à l'air; il se distingue ainsi du carbonate de Paimpont : cette différence me paraît tenir à ce que ce dernier, trouvé près de la surface, a été déposé par des eaux qui ne supportaient pas une pression considérable, tandis qu'il a dû en être autrement pour le carbonate de Pontpéan trouvé à 140 mètres de profondeur.

» Le carbonate de Pontpéan est blanc, terreux, peu altérable, et inattaquable à froid par les acides faibles. Cette dernière propriété a permis à M. Malaguti d'en doser facilement l'acide carbonique. Voici les résultats de l'analyse du savant doyen de la Faculté; elle a été faite sur la matière desséchée à 100 degrés :

Acide carbonique	26,56
Protoxyde de fer	43,80
Eau	12,64
Sable argileux	17,00
Total	100,00

» Ces résultats se groupent naturellement comme suit :

Acide carbonique.	26,56	Carbonate de protoxyde de fer monohydraté.	80,88
Protoxyde de fer.	43,46		
Eau..........	10,86		
Oxyde de fer provenant d'une légère altération.			0,34
Sable argileux retenant un peu d'eau.			18,78
Total.			100,00

» Le carbonate a été trouvé, comme je l'ai dit, à 140 mètres de profondeur, dans la partie méridionale des travaux de la mine de Pontpéan. Dans cette région, le filon métallifère, qui est dirigé N. 15° O. et plonge fortement à l'est, s'appuie sur les schistes anciens; il est recouvert, à son toit, par un dyke dioritique, à l'est duquel on rencontre, à peu de distance, des argiles probablement tertiaires déposées le long d'une grande faille parallèle au filon : la veine métallifère n'est pas continue, mais sa trace est généralement marquée par une veine d'argile très-tenace, que les mineurs appellent le *cuir* du filon, et qui se trouve par conséquent entre le schiste et la diorite. C'est au milieu de cette argile que deux traverses perpendiculaires au filon ont rencontré le carbonate de fer. Dans une de ces traverses, le carbonate formait une lentille de 15 à 20 centimètres d'épaisseur et de 2 à 3 mètres d'étendue seulement, en direction et en hauteur; en dehors de ces limites, le carbonate de fer se perdait en veinules au milieu de l'argile. Dans l'autre traverse, il s'est montré en lentilles moins étendues, formant presque de petits blocs isolés les uns des autres.

» Il a dû exister d'ailleurs, dans le voisinage du gîte métallifère de Pontpéan, des sources dont l'eau tenait en dissolution de la silice et des carbonates variés ; car dans les schistes du mur du filon on rencontre des veines d'un carbonate de chaux rosé associé à de la silice, et qui a même imprégné la pâte de la roche, en lui communiquant une grande compacité : ce carbonate de chaux montre nettement les clivages rhomboédriques, et de plus il est souvent couvert de stries très-régulières, toujours parallèles à la grande diagonale des rhombes.

» Enfin j'ajouterai, pour faire suite à une récente communication de M. Malaguti, que les roches voisines de la mine de Pontpéan sont imprégnées de matières salines qu'on retrouve en grande abondance dans les eaux d'épuisement et qui produisent en moins d'un mois, dans les chaudières à vapeur, des incrustations de 1 décimètre d'épaisseur. Quand on rapproche ce fait de l'existence, reconnue par M. Malaguti, de matières

salines analogues à celles de la mer, dans des grauwackes superficielles des environs de Rennes, on semble être en droit de conclure que l'eau de la mer a autrefois imprégné les terrains de ce pays, en y déposant ses matières salines en quantité variable, suivant le degré de perméabilité des roches ; si l'on voulait recourir, en effet, pour expliquer la salure des eaux des mines de Pontpéan, à l'idée peu satisfaisante d'une communication souterraine et actuelle avec la mer, on n'expliquerait pas ainsi la salure des grauwackes superficielles. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarques sur la théorie des surfaces orthogonales; par* **M. G. Darboux.** (Extrait d'une Lettre adressée à M. J.-A. Serret.)

« On peut étendre aux systèmes triples de surfaces orthogonales les propriétés focales des courbes orthogonales, dont la découverte est due à M. Kummer.

» I. Je ferai remarquer d'abord que l'on connaît toujours une intégrale particulière de l'équation différentielle des lignes de courbure d'une surface quelconque donnée. Effectivement, si x, y, z désignent, selon l'usage, les coordonnées rectangulaires de la surface et qu'on fasse

$$dz = p\,dx + q\,dy,$$

l'équation des lignes de courbure sera satisfaite en posant

$$1 + p^2 + q^2 = 0. \tag{1}$$

Donc, si on mène à une surface les plans tangents parallèles à ceux du cône qui a pour équation

$$x^2 + y^2 + z^2 = 0,$$

le lieu des points de contact sera une ligne de courbure de la surface.

» Les surfaces développables que représente l'équation (1) ont donc cette propriété commune avec la sphère que toute ligne qui y est tracée est ligne de courbure. L'arête de rebroussement est une développée commune de ces lignes de courbure.

» Toutes les fois que l'équation des lignes de courbure sera de la classe des équations qu'on peut intégrer lorsqu'on a une solution particulière, on pourra obtenir l'intégrale générale.

» II. Voici maintenant les propriétés d'un système triple de surfaces orthogonales :

» 1° Ces surfaces admettent pour enveloppe une surface développable du genre de celles qui sont comprises dans l'équation (1). On peut exprimer

ce résultat d'une autre manière en disant que les surfaces sont homofocales.

» 2° Chaque surface touche l'enveloppe suivant une courbe et la coupe suivant une ou plusieurs droites tangentes à la courbe aux points où celle-ci rencontre l'arête de rebroussement.

» Il résulte de là qu'une surface ne pourra faire partie d'un système orthogonal que si elle admet une ou plusieurs génératrices rectilignes parallèles aux arêtes du cône asymptote de la sphère.

» 3° Les cônes de même sommet circonscrits à toutes les surfaces sont homofocaux.

» 4° Deux surfaces du système se coupant à angle droit peuvent être considérées comme le lieu des centres de courbure d'une troisième surface. Par suite, on pourra toujours intégrer au moins une fois l'équation des lignes géodésiques sur une surface faisant partie d'un système triple orthogonal.

» Il importe de remarquer que les propriétés précédentes ne s'étendent pas à un système quelconque de surfaces orthogonales. Il faut que les trois systèmes ne soient pas donnés par des surfaces distinctes. Toutes les surfaces du système doivent être comprises dans une même équation. Les mêmes restrictions s'appliquent aux propriétés focales reconnues par M. Kummer.

» III. Permettez-moi de vous indiquer maintenant un système de surfaces orthogonales que je crois nouveau. Si l'on considère dans le plan des ovales de Descartes ayant trois foyers communs, on remarque que ces courbes homofocales forment un système orthogonal. J'ai été conduit d'après cela à me demander si les surfaces comprises dans l'équation

$$(a) \qquad (x^2 + y^2 + z^2)^2 + \alpha^2 x^2 + \beta^2 y^2 + \gamma^2 z^2 - h^4 = 0$$

peuvent donner un système orthogonal.

» A cet effet, soit l'équation d'une nouvelle surface

$$(a') \qquad (x^2 + y^2 + z^2)^2 + \alpha'^2 x^2 + \beta'^2 y^2 + \gamma'^2 z^2 - h'^4 = 0.$$

Pour que les surfaces (a) et (a') se coupent à angle droit, il faut que l'on ait

$$h'^4 = h^4 \frac{\alpha^2\alpha'^2 - 4h'^4}{\alpha^2 - \alpha'^2} = \frac{\beta^2\beta'^2 - 4h'^4}{\beta^2 - \beta'^2} = \frac{\gamma^2\gamma'^2 - 4h'^4}{\gamma^2 - \gamma'^2} = \lambda^2.$$

J'introduis un paramètre arbitraire λ^2 au moyen duquel on pourra exprimer

α', β', γ'. On aura ainsi l'équation générale des surfaces coupant orthogonalement la surface (a). Ce qu'il y a de remarquable, c'est que deux quelconques de ces surfaces se coupent à angle droit. J'emprunte, pour le démontrer, le procédé si élégant que vous avez bien voulu me communiquer. Soit une troisième surface

$$(a'') \qquad (x^2+y^2+z^2)^2 + \alpha''^2 x^2 + \beta''^2 y^2 + \gamma''^2 z^2 - h^4 = 0,$$

coupant à angle droit la surface (a). On a

$$\frac{\alpha^2\alpha''^2 + 4h^4}{\alpha^2 - \alpha''^2} = \frac{\beta^2\beta''^2 + 4h^4}{\beta^2 - \beta''^2} = \frac{\gamma^2\gamma''^2 + 4h^4}{\gamma^2 - \gamma''^2} = \mu^2.$$

On déduit de là

$$\frac{\alpha'^2\alpha''^2 + 4h^4}{\alpha'^2 - \alpha''^2} = \frac{\mu^2\lambda^2 + 4h^4}{\lambda^2 - \mu^2} = \frac{\beta'^2\beta''^2 + 4h^4}{\beta'^2 - \beta''^2} = \frac{\gamma'^2\gamma''^2 + 4h^4}{\gamma'^2 - \gamma''^2}.$$

Donc les surfaces (a') (a'') sont orthogonales.

» Ainsi on a un système triple orthogonal formé de surfaces dont l'équation est

$$(2) \quad (x^2+y^2+z^2)^2 + \frac{\alpha^2\lambda^2 - 4h^4}{\alpha^2+\lambda^2}x^2 + \frac{\beta^2\lambda^2 - 4h^4}{\beta^2+\lambda^2}y^2 + \frac{\gamma^2\lambda^2 - 4h^4}{\gamma^2+\lambda^2}z^2 - h^4 = 0.$$

On peut obtenir un système renfermant plus de constantes arbitraires, en transformant par rayons vecteurs réciproques.

» J'indique rapidement les propriétés géométriques des surfaces trouvées.

» Elles sont réciproques par rapport à elles-mêmes. Toute sphère les coupe suivant une courbe qui se trouve sur une surface du second degré. [J'ai montré qu'une telle courbe jouissait des propriétés focales suivantes : Elle admet pour courbe focale une courbe de même espèce; les deux courbes sont les focales l'une de l'autre; il y a une relation linéaire et homogène entre les distances d'un point quelconque de l'une des courbes à trois points quelconques mais fixes de l'autre.] Donc toute sphère doublement tangente coupe la surface suivant deux cercles. Il y a cinq sphères doublement tangentes en un point, donc dix sections circulaires passant en un point de la surface. Les focales sont planes : on obtient leur équation en faisant dans l'équation (2) λ égal à $-\alpha^2$, $-\beta^2$ ou $-\gamma^2$ et rejetant de l'équation le terme qui deviendrait infini. Enfin, il y a des droites au nombre de huit sur chacune des surfaces, et, comme l'indique la théorie générale, ces droites sont parallèles aux génératrices du cône asymptote de la sphère.

» Pour $h^4 = +\infty$ on a le système ordinaire des surfaces du second degré. »

GÉOMÉTRIE. — *Lignes de courbure d'une classe de surfaces du quatrième ordre.* (Extrait d'une Lettre de **M. Moutard** à M. Ossian Bonnet.)

« ... En recherchant les lignes de courbure d'une classe de surfaces qui joue un rôle important dans la transformation par rayons vecteurs réciproques, j'ai rencontré un système triplement orthogonal qui me paraît remarquable par sa simplicité. Les surfaces dont il est question sont les surfaces du quatrième ordre qui contiennent, comme ligne double, le cercle de l'infini; elles peuvent être de cinq manières différentes, définies comme le lieu des intersections successives des sphères qui coupent orthogonalement une sphère fixe, dite *sphère principale,* et dont les centres parcourent une surface directrice du deuxième ordre. Pour faciliter le discours, je les désignerai par le nom d'*anallagmatiques* du quatrième ordre, à cause de la propriété dont elles jouissent de ne pas être modifiées, lorsqu'on les transforme par rayons vecteurs réciproques, en prenant le centre d'une sphère principale pour pôle, et le carré du rayon de cette sphère pour paramètre de la transformation.

» La courbe d'intersection de chaque surface directrice et de la sphère principale correspondante est une *ligne focale* de l'anallagmatique. Cette courbe peut être, en effet, regardée comme faisant partie du lieu des centres des sphères de rayon nul, doublement tangentes à la surface, ou, ce qui revient au même, comme une ligne double de la développable circonscrite à la surface et au cercle de l'infini. Lorsque deux anallagmatiques du quatrième ordre ont en commun une ligne focale, elles admettent les cinq mêmes sphères principales et les cinq mêmes lignes focales; je dirai qu'elles sont *homofocales.*

» Cela posé, on peut, à l'aide d'une construction géométrique d'une extrême simplicité, démontrer :

» 1° Que deux anallagmatiques homofocales du quatrième ordre se coupent partout à angle droit, et que leur courbe d'intersection est à la fois une ligne de courbure de l'une et de l'autre;

» 2° Que par tout point de l'espace il est possible de faire passer trois anallagmatiques, admettant pour ligne focale une courbe sphérique donnée du quatrième ordre.

» De là résulte donc que *l'ensemble des surfaces anallagmatiques homofocales du quatrième ordre forme un système triplement orthogonal.*

» Je laisse de côté les nombreuses conséquences de cette proposition,

relatives aux lignes de courbure des anallagmatiques; je me bornerai, en terminant, à faire remarquer que les ombilics de ces surfaces sont précisément les points où elles sont rencontrées par les lignes focales. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la réduction d'une intégrale, contenant un radical de second degré d'un polynôme de quatrième, à la forme canonique d'une intégrale elliptique et sur le calcul du module.* Note de **M. Nicolas Alexéeff** (*), présentée par M. J.-A. Serret.

« 1. Pour réduire une intégrale

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\alpha x^4 + \beta x^3 + \gamma x^2 + \delta x + \varepsilon}} \tag{1}$$

à la forme d'une intégrale elliptique, depuis Legendre on fait la transformation suivante :

$$x = \frac{A + By}{1 + Cy}, \tag{2}$$

et on détermine les coefficients A, B, C de manière que le polynôme sous le signe du radical ne contienne que des termes du degré pair. Mais on peut déterminer ces coefficients directement par la condition que l'intégrale (1) soit égale à la suivante :

$$\int \frac{dy}{M\sqrt{(1-y^2)(1-k^2y^2)}}, \tag{3}$$

dans laquelle k et M, étant deux fonctions des constantes α, β, γ, δ, ε, s'appellent : la première, *module de l'intégrale elliptique,* et la seconde *son paramètre*. Pour satisfaire à cette condition, nous devons admettre que l'expression qui est sous le signe $\int$, dans l'intégrale (1), devienne infinie en même temps que l'expression placée sous le signe $\int$ de l'intégrale (3). Donc, si l'on désigne par x_1, x_2, x_3, x_4 les racines du polynôme

$$\alpha x^4 + \beta x^3 + \gamma x^2 + \delta x + \varepsilon,$$

on doit admettre que lorsque x devient égal à l'une de ces racines, y devient égal à l'une des valeurs suivantes : 1, -1, $\frac{1}{k}$, $-\frac{1}{k}$.

(*) Par suite d'une écriture peu lisible, ce nom, dans le précédent *Compte rendu*, a été écrit *Aleweef*.

» Par conséquent, on peut supposer que lorsque $x = x_1$, on a $y = 1$; lorsque $x = x_2$, on a $y = -1, \ldots$. Donc nous avons les équations suivantes :

$$(4) \qquad \frac{A+B}{1+C} = x_1, \quad \frac{A-B}{1-C} = x_2, \quad \frac{Ak+B}{k+C} = x_3, \quad \frac{Ak-B}{k-C} = x_4.$$

» 2. On voit que, pour la détermination des valeurs A, B, C, k, on a besoin de connaître les racines x_1, x_2, x_3, x_4.

» Mettons le polynôme donné sous la forme suivante :

$$\alpha(x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s),$$

et pour trouver les racines x_1, x_2, x_3, x_4, employons le procédé exposé à la page 240 de la deuxième édition du *Cours d'Algèbre supérieure* de M. Serret.

» Si l'on suppose

$$(5) \qquad t = x_1 + x_2 - x_3 - x_4 \quad \text{et} \quad t^2 = \theta,$$

on a la résolvante en θ

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} &\theta^3 - (3p^2 - 8q)\theta^2 \\ &+ (3p^4 - 16p^2q + 16q^2 + 16pr - 64s)\theta - (p^3 - 4pq + 8r)^2 = 0. \end{aligned} \right.$$

» Soient θ_1, θ_2, θ_3 les racines de cette équation, on a

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= \sqrt{\theta_1}, \\ x_1 + x_3 - x_2 - x_4 &= \sqrt{\theta_2}, \\ x_1 + x_4 - x_2 - x_3 &= \sqrt{\theta_3}. \end{aligned} \right.$$

En ajoutant encore l'équation suivante

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -p,$$

on a pour les racines du polynôme les expressions suivantes :

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} x_1 &= \frac{-p + \sqrt{\theta_1} + \sqrt{\theta_2} + \sqrt{\theta_3}}{4}, \\ x_2 &= \frac{-p + \sqrt{\theta_1} - \sqrt{\theta_2} - \sqrt{\theta_3}}{4}, \\ x_3 &= \frac{-p - \sqrt{\theta_1} + \sqrt{\theta_2} - \sqrt{\theta_3}}{4}, \\ x_4 &= \frac{-p - \sqrt{\theta_1} - \sqrt{\theta_2} + \sqrt{\theta_3}}{4}. \end{aligned} \right.$$

» Remarquons que, lorsque les racines x_1, x_2, x_3, x_4 sont inégales (seul cas que nous considérons dans cette Note), les racines θ_1, θ_2, θ_3 sont aussi inégales, ce qui est facile à vérifier.

» 3. Les équations (4) et (8) comparées donnent

$$(9)\quad \left\{\begin{aligned} A + B &= \frac{-p + \sqrt{\theta_1} + \sqrt{\theta_2} + \sqrt{\theta_3}}{4} + C\left(\frac{-p + \sqrt{\theta_1} + \sqrt{\theta_2} + \sqrt{\theta_3}}{4}\right),\\ A - B &= \frac{-p + \sqrt{\theta_1} - \sqrt{\theta_2} - \sqrt{\theta_3}}{4} - C\left(\frac{-p + \sqrt{\theta_1} - \sqrt{\theta_2} - \sqrt{\theta_3}}{4}\right),\\ Ak + B &= k\,\frac{-p - \sqrt{\theta_1} + \sqrt{\theta_2} - \sqrt{\theta_3}}{4} + C\left(\frac{-p - \sqrt{\theta_1} + \sqrt{\theta_2} - \sqrt{\theta_3}}{4}\right),\\ Ak - B &= k\,\frac{-p - \sqrt{\theta_1} - \sqrt{\theta_2} + \sqrt{\theta_3}}{4} - C\left(\frac{-p - \sqrt{\theta_1} - \sqrt{\theta_2} + \sqrt{\theta_3}}{4}\right).\end{aligned}\right.$$

» On a, par élimination,

$$(10)\quad \left\{\begin{aligned} A &= \frac{-p + \sqrt{\theta_1}}{4} + C\,\frac{\sqrt{\theta_2} + \sqrt{\theta_3}}{4}, & B &= \frac{\sqrt{\theta_2} + \sqrt{\theta_3}}{4} + C\,\frac{-p + \sqrt{\theta_1}}{4},\\ Ak &= \frac{(-p - \sqrt{\theta_1})k}{4} + \frac{C(\sqrt{\theta_2} - \sqrt{\theta_3})}{4}, & B &= \frac{(\sqrt{\theta_2} - \sqrt{\theta_3})k}{4} + C\,\frac{-p - \sqrt{\theta_1}}{4}.\end{aligned}\right.$$

» Par élimination, on obtient deux valeurs pour C,

$$(11)\qquad C = \frac{2k\sqrt{\theta_1}}{\sqrt{\theta_2} - \sqrt{\theta_3} - k(\sqrt{\theta_2} + \sqrt{\theta_3})}, \qquad C = \frac{k(\sqrt{\theta_2} - \sqrt{\theta_3}) - (\sqrt{\theta_2} + \sqrt{\theta_3})}{2\sqrt{\theta_1}},$$

qui doivent être égales, d'où l'on obtient l'équation suivante pour la détermination de k,

$$(12)\qquad k^2 + 2k\,\frac{\theta_1 - \theta_2 + \theta_1 - \theta_3}{\theta_2 - \theta_3} + 1 = 0,$$

d'où

$$(13)\qquad k = -\left(\sqrt{\frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_2 - \theta_3}} \pm \sqrt{\frac{\theta_1 - \theta_3}{\theta_2 - \theta_3}}\right)^2,$$

équation qu'on peut mettre sous cette forme

$$(14)\qquad k = \frac{1 \pm \sqrt{\dfrac{\theta_1 - \theta_3}{\theta_1 - \theta_2}}}{1 \mp \sqrt{\dfrac{\theta_1 - \theta_3}{\theta_1 - \theta_2}}}.$$

» Les deux valeurs de k sont inverses; pour le cas des racines x_1, x_2, x_3, x_4 inégales, ces deux valeurs ne peuvent être ni zéro, ni unité; lorsque toutes les racines $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ sont augmentées ou diminuées d'un même nombre, le module ne change pas; de même lorsque toutes les racines $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ sont multipliées ou divisées par un même nombre, le module ne change pas. Ces propriétés du module k sont faciles à vérifier. Lorsque la résolvante

en θ n'a que des racines réelles, on peut disposer de ces racines de manière que le module ait une signification réelle; on prend pour θ_1 ou la plus grande ou la plus petite des racines θ_1, θ_2, θ_3. Mais lorsque deux racines de la résolvante sont imaginaires, on a

$$\theta_2 = \alpha + \beta i \quad \text{et} \quad \theta_3 = \alpha - \beta i,$$

$$\frac{\theta_1 - \theta_2 + \theta_1 - \theta_3}{\theta_2 - \theta_3} = \frac{(\alpha - \theta_1) i}{\beta}.$$

et l'équation (12) devient

$$k^2 + \frac{2k(\alpha - \theta_1) i}{\beta} + 1 = 0,$$

d'où

$$k = \frac{\left[\theta_1 - \alpha \pm \sqrt{\beta^2 + (\theta_1 - \alpha)^2}\right]}{\beta} \cdot i,$$

c'est-à-dire que pour ce cas le module est une quantité imaginaire de la forme ai; on sait par quelle transformation on peut passer du module de cette forme au module réel.

» 4. Calculons le paramètre M; on a

$$\begin{aligned}
\alpha(x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s) &= \alpha(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) \\
&= \alpha . - \frac{(B - AC)(1 - y)}{(1 + C)(1 + Cy)} \cdot \frac{(B - AC)(1 + y)}{(1 - C)(1 + Cy)} \cdot - \frac{(B - AC)(1 - ky)}{(k + C)(1 + Cy)} \cdot \frac{(B - AC)(1 + ky)}{(k - C)(1 + Cy)} \\
&= \frac{\alpha(B - AC)^4 (1 - y^2)(1 - k^2 y^2)}{(1 - C^2)(k^2 - C^2)(1 + Cy)^4},
\end{aligned}$$

on a aussi

$$dx = \frac{(B - AC)\, dy}{(1 + Cy)^2},$$

et on a

$$\frac{dx}{\sqrt{\alpha(x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s)}} = \frac{\sqrt{(1 - C^2)(k^2 - C^2)}}{(B - AC) . \sqrt{\alpha}} \cdot \frac{dy}{\sqrt{(1 - y^2)(1 - k^2 y^2)}};$$

d'où

$$M = \frac{(B - AC)\sqrt{\alpha}}{\sqrt{(1 - C^2)(k^2 - C^2)}}.$$

» Mais puisque

$$x_1 - x_2 = \frac{2(B - AC)}{1 - C^2}, \quad x_3 - x_4 = \frac{2k(B - AC)}{k^2 - C^2},$$

on a

$$M = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\alpha(x_1 - x_2)(x_3 - x_4)}{k}}.$$

on a aussi

$$x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{\theta_2} + \sqrt{\theta_3}}{2}, \quad x_3 - x_4 = \frac{\sqrt{\theta_2} - \sqrt{\theta_3}}{2},$$

d'où

$$\mathrm{M} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\alpha(\theta_2 - \theta_3)}{k}},$$

ou enfin, en mettant pour k sa valeur,

$$\mathrm{M} = \frac{\bar{\alpha}}{4}\cdot\left(\sqrt{\theta_2 - \theta_1} \pm \sqrt{\theta_3 - \theta_1}\right). \text{ »}$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Méthode nouvelle pour l'intégration des équations différentielles linéaires.* Note de **M. J. Caqué**, présentée par M. J.-A. Serret.

« L'exposition de cette méthode fait l'objet d'un Mémoire qui paraîtra prochainement dans le journal de M. Liouville; j'ai l'honneur de communiquer aujourd'hui à l'Académie le résultat succinct de mon travail.

» L'équation proposée étant mise sous la forme

$$(1) \quad \frac{d^{p+1}y}{dx^{p+1}} = \mathrm{A}(x) + \mathrm{A}_0(x)y + \mathrm{A}_1(x)\frac{dy}{dx} + \mathrm{A}_2(x)\frac{d^2y}{dx^2} + \ldots + \mathrm{A}_p(x)\frac{d^py}{dx^p},$$

où $\mathrm{A}(x)$, $\mathrm{A}_0(x)$, $\mathrm{A}_1(x)\ldots$ désignent des fonctions données de la variable indépendante :

» 1° On négligera dans le second membre de cette équation le terme $\mathrm{A}(x)$; on remplacera dans les autres termes x par t et $\frac{d^qy}{dx^q}$ par $\frac{(t-z)^{p-q}}{1.2\ldots(p-q)}$; en désignant le résultat par $f(t, z)$, on aura ainsi

$$(2) \quad f(t,z) = \mathrm{A}_0(t)\frac{(t-z)^p}{1.2\ldots p} + \mathrm{A}_1(t)\frac{(t-z)^{p-1}}{1.2\ldots(p-1)} + \ldots + \mathrm{A}_{p-1}(t)\frac{t-z}{1} + \mathrm{A}_p(t);$$

puis on posera successivement

$$(3) \quad \left\{\begin{array}{l} f_0\ (x,z) = f(x,z), \\ f_1\ (x,z) = \int_z^x f_0(x,t)f(t,z)\,dt, \\ f_2\ (x,z) = \int_z^x f_1(x,t)f(t,z)\,dt, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_{q+1}(x,z) = \int_z^x f_q(x,t)f(t,z)\,dt. \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right.$$

» Les fonctions définies par les équations (3) sont les termes d'une série toujours convergente, si toutefois les coefficients de l'équation (2) ne prennent que des valeurs finies lorsque t varie de z à x.

» En désignant par $\varphi(x, z)$ la somme de cette série, on aura

$$(4) \qquad \varphi(x,z) = f_0(x,z) + f_1(x,z) + f_2(x,z) + \ldots$$

» 2° En désignant par $\theta(z)$ le polynôme suivant

$$(5) \qquad \theta(z) = a_0 + a_1 \frac{z - x_0}{1} + a_2 \frac{(z - x_0)^2}{1.2} + \ldots + a_p \frac{(z - x_0)^p}{1.2\ldots p},$$

où $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_p$, désignent les valeurs de la fonction et de ses p premières dérivées correspondantes à la valeur x_0 de la variable indépendante, on remplacera, dans le second membre de l'équation proposée (1) y par $\theta(z)$, et, en représentant le résultat de cette substitution par $F(z)$, on aura

$$(6) \qquad F(z) = A(z) + A_0(z)\theta(z) + A_1(z)\frac{d\theta(z)}{dz} + \ldots + A_p(z)\frac{d^p\theta(z)}{dz^p}.$$

» 3° Les deux fonctions $\varphi(x, z)$ et $F(z)$ étant ainsi obtenues, à l'équation (1) on substituera la suivante

$$(7) \qquad \frac{d^{p+1}y}{dx^{p+1}} = F(x) + \int_{x_0}^{x} \varphi(x,z)F(z)\,dz,$$

et par suite, en représentant par $\psi_0(x)$ et $\Psi(x)$ les résultats obtenus en intégrant $p+1$ fois et chaque fois de x_0 à x,

$$F(x) \quad \text{et} \quad \int_{x_0}^{x} \varphi(x,z)\,F(z)\,dz,$$

on aura finalement

$$(8) \qquad y = \theta(x) + \psi_0(x) + \Psi(x).$$

Ainsi le calcul de l'intégrale générale d'une équation linéaire quelconque se réduit à un nombre limité de quadratures dès qu'on connaît la fonction $\varphi(x,z)$ correspondante à l'équation donnée. Quant à cette fonction, les équations (3) et (4) montrent qu'elle existe toujours, qu'elle ne contient aucune constante arbitraire et que sa valeur est indépendante de $A(x)$. »

PATHOLOGIE. — *De l'action des Bactéries sur l'économie animale.* Note de **MM. Leplat et Jaillard**, présentée par M. Pasteur.

« Le mode de production et de propagation des maladies contagieuses, à la manière des êtres vivants, a depuis longtemps conduit les médecins à supposer que ces affections étaient dues à des animalcules invisibles, à des parasites ou à des ferments insaisissables. Cette hypothèse était séduisante et elle servit de base à de nombreuses théories médicales; mais il restait à la vérifier, et pour cela il fallait prouver qu'il existe des Cryptogames et des Infusoires susceptibles d'engendrer des maladies.

» Des recherches engagées dans la voie de l'étiologie positive ont, dans ces derniers temps, été tentées dans le but de résoudre cette importante question ; et des observateurs d'un grand mérite, considérant les virus comme des ferments et les ferments comme des êtres animés, n'ont pas hésité, après avoir découvert des Microzoaires dans le sang des sujets atteints du charbon, de la fièvre typhoïde et d'autres affections, à rapporter à ces petits êtres la cause du développement de ces maladies chez ceux dont elles avaient occasionné la mort.

» C'est ainsi que dans plusieurs Notes adressées successivement à l'Académie, M. Davaine a annoncé que l'affection charbonneuse était produite par la présence dans le sang de petits corps filiformes qu'il a désignés sous le nom de *Bactéries* (1), comparés au ferment butyrique de M. Pasteur et considérés comme l'agent mystérieux de cette terrible maladie. A cette opinion sont venus se rendre MM. Tigri et Signol, qui, tout en la confirmant, ont prétendu que ces corpuscules vivants n'étaient points particuliers à cette espèce morbide, mais qu'ils se montraient dans un grand nombre d'autres états pathologiques.

» Nous croyons que ces assertions sont prématurées, et nous pensons qu'avant de les émettre il eût été prudent de les appuyer sur des preuves plus sévères qui les missent à l'abri de toute objection.

» Ainsi, au lieu d'inoculer à des animaux, comme l'a fait M. Davaine, le sang charbonneux, liquide, complexe, dans lequel le microscope ne peut déceler qu'un petit nombre des éléments qui s'y trouvent renfermés, il eût

---

(1) M. Davaine, dans un travail récent, est revenu sur la nature des corpuscules observés dans le sang de rate ; il leur a donné un nom nouveau, légitimé par des propriétés qui les rapprochent plus des Cryptogames que des Infusoires.

été plus sage de n'opérer qu'avec des Bactéries, dégagées de tout produit accessoire, pouvant à tort ou à raison être incriminé comme principe actif, en dehors de l'action des Infusoires.

» C'est ce que nous avons fait dans une série d'expériences dont nous avons l'honneur de soumettre aujourd'hui les résultats au jugement de l'Académie.

» On sait que les Bactéries appartiennent au genre Vibrioniens et qu'elles se développent dans tous les liquides contenant des matières animales ou végétales en voie d'altération. Rien dès lors n'est plus facile que de se procurer ces petits êtres microscopiques, qui ont entre eux la plus grande ressemblance et qui, sans nul doute, jouissent des mêmes propriétés.

» A défaut de sang de sujets atteints du charbon, c'est dans des milieux tout à fait différents que nous avons pu trouver celles qui nous ont servi dans nos essais. Nous les avons extraites tantôt de certaines infusions végétales, tantôt de liquides chargés de matières animales en décomposition, d'urine putréfiée, de sérum du sang altéré, etc., et ce n'est qu'après avoir constaté leur identité et leur vitalité que nous les avons injectées soit dans le sang des animaux, soit dans leur tissu cellulaire sous-cutané.

» *Première expérience*, 13 *juin*. — Dans le tissu cellulaire de la cuisse d'un lapin nous injectons un liquide chargé de Bactéries et provenant d'un macératum de viande en putréfaction. Après l'opération, l'animal n'a éprouvé aucune indisposition, et aujourd'hui, 29 juillet, il est vigoureux et bien portant.

» *Deuxième expérience*, 19 *juin*. — Dans la jugulaire d'un autre lapin nous injectons environ 3 centimètres cubes d'un liquide contenant une infinité de Bactéries provenant d'une urine en voie de décomposition. L'animal n'a présenté aucun symptôme morbide après l'opération; aujourd'hui, 29 juillet, il est plein de santé.

» *Troisième expérience*, 19 *juin*. — Même opération sur un jeune chien; même résultat.

» *Quatrième expérience, 27 juin*. — Même opération sur un chien vigoureux; même résultat.

» *Cinquième expérience*, 29 *juin*. — Nous introduisons dans la saphène d'un chien de moyenne taille des Vibrioniens provenant d'une décoction d'orge préparée depuis trois jours. Le vingtième jour après l'opération, l'animal n'avait pas encore éprouvé d'accidents; il était plein de santé et fut depuis mis en expérience.

» *Sixième expérience, 5 juillet.* — Même opération sur un autre chien ; même résultat.

» *Septième expérience, 14 juillet.* — Dans la jugulaire d'une petite chienne épagneule et pleine depuis un mois environ, nous injectons des Vibrioniens qui se sont développés dans une infusion de réglisse ; l'animal avorte le jour même de l'opération. Quatre jours après, il était remis, et, le 24 juillet, il nous échappait sans avoir eu d'autres accidents.

» *Huitième expérience, 19 juillet.* — Dans la jugulaire d'un jeune chien noir nous injectons 3 centimètres cubes d'un liquide séreux, contenant un grand nombre de Bactéries. L'animal rentre dans le chenil parfaitement gai et ne présente pendant les jours suivants aucun phénomène morbide.

» *Neuvième expérience, 20 juillet.* — Même opération sur un autre chien avec du sang de bœuf défibriné et altéré ; le chien succombe cinq heures après avec des symptômes dyssentériques et convulsifs, comme les animaux de Gaspard et de Magendie. Nous trouvons des Bactéries dans son sang.

» *Dixième, onzième et douzième expérience, 21 juillet.* — Nous injectons le sang de ce dernier animal dans la jugulaire d'un jeune chien bien portant, nous l'introduisons sous la peau de deux lapins, il ne se produit pas d'accidents.

» *Conclusions.* — De ces expériences nous concluons :

» 1° Que les Vibrioniens (Bactéries ou Vibrions), provenant d'un milieu quelconque, ne produisent aucun accident chez les animaux dans le sang desquels on les a introduits, à moins toutefois qu'ils ne soient accompagnés d'agents virulents qui, eux seuls, sont responsables des effets fâcheux qui peuvent survenir ;

» 2° Que, si le véhicule injecté qui les contient est putride et en trop grande quantité, il y a empoisonnement septicémique, mais qu'il ne se développe pas de maladies virulentes, puisque les mêmes phénomènes ne se reproduisent pas par l'injection du sang contaminé. »

ACTINOLOGIE. — *La couleur des* ALCYONAIRES *et ses variations, expliquée par l'histologie.* Note de **M. LACAZE DUTHIERS**, présentée par M. de Quatrefages.

« Il est un point de l'histoire naturelle des Alcyons et des Gorgones qui mérite toute l'attention des zoologistes classificateurs ; je veux parler de la valeur que peut avoir la couleur, prise comme caractère, dans la détermination des espèces de ce groupe.

» Dans mes études sur la reproduction des Coralliaires, j'ai dû, sur les lieux mêmes où vivent ces animaux, employer pour les déterminer les ouvrages les plus justement estimés, et je me suis bientôt aperçu des différences très-grandes qui existent entre les descriptions et les objets auxquels elles se rapportent. Ainsi, tandis que telle espèce, indiquée à tort comme étant blanche ou noirâtre, est d'une belle et riche couleur, telle autre est réellement caractérisée par sa vraie coloration. A côté d'une espèce bien décrite, le naturaliste est donc exposé à en rencontrer une avec un caractère qui n'est pas juste, et si la couleur le conduit exactement à l'espèce dans un cas, elle l'en éloigne dans l'autre. Les descriptions ne sont pas fausses; elles pèchent parce qu'elles ont été faites sur des animaux morts, et elles ne se rapportent pas à des animaux vivants.

» Voici quelques exemples. La *Gorgonia subtilis*, au sortir de la mer, est d'une jolie couleur orangée où le rouge domine; dans les ouvrages on la décrit comme étant blanche. La *Muricea placomus* est orangée; elle est indiquée comme étant noirâtre. Mais à côté de ces indications peu conformes à ce qui existe, les *Gorgonella sarmentosa, Juncella elongata, Bebryce mollis, Alcyonium palmatum* se trouvent décrits avec leur véritable couleur.

» La cause de toutes ces différences est due à la nature de la matière colorante, qui peut avoir son siége dans deux parties très-distinctes des animaux; tantôt on la rencontre dans les tissus mous, tantôt on la trouve dans les *spicules* ou corpuscules calcaires, déjà étudiés au point de vue de leur forme par M. Valenciennes, et auxquels MM. Milne Edwards et J. Haime ont donné le nom de *sclérites*.

» Dans le premier cas, les cellules qui composent le sarcosome, les parois du corps des Polypes sont remplies de granulations fines colorées qui donnent la couleur; mais cette matière est d'une nature très-délicate et elle s'altère avec la plus grande facilité, soit après la mort, soit par l'exposition à l'air.

» Dans le second cas, les éléments durs et calcaires semblables au Polypier, résistant aux conditions de dessiccation et d'altération, conservent la nuance qui existait pendant la vie.

» Il est curieux de remarquer que le plus souvent, quand les tissus mous sont incolores, les spicules sont colorés, et que, lorsque ceux-ci sont blancs et transparents, les tissus sont plus ou moins vivement colorés.

» Voici, du reste, quelques faits qui ne laissent aucun doute. Les spicules du Corail sont rouges, ceux de la *Gorgonella sarmentosa* sont jaunes, ceux de la *Juncella elongata* terre de Sienne, de la *Bebryce mollis* roses et jaunes.

Après la mort, les zoanthodèmes de ces espèces conservent ces couleurs.

» Dans les *Primnoa verticillaris, Gorgonia subtilis, G. venosa, Muricea placomus, M. violacea,* les spicules sont incolores et les tissus d'un riche coloris, surtout dans la dernière espèce : toutes les teintes disparaissent, et la *Muricea violacea,* après avoir été durant sa vie de la couleur la plus belle, devient d'un noir terreux qui n'en fait pas un ornement des collections.

» Je dois l'avouer, ce n'est qu'après avoir assisté aux transformations par la dessiccation que j'ai pu me reconnaître dans les descriptions, en ayant les espèces vivantes sous les yeux.

» C'est donc par transparence que dans l'un et l'autre cas on voit la couleur de l'un des éléments : ainsi, pendant la vie de la *Muricea violacea,* c'est au travers de ses spicules incolores et transparents que l'on voit la teinte violette de ses granulations cellulaires; après sa mort, c'est toujours la même chose, mais les granulations étant devenues noires, c'est cette couleur que l'on voit. On n'a qu'à intervertir les choses lorsque les spicules sont colorés et les tissus incolores.

» Quand les spicules sont colorés, comme souvent les tissus se dessèchent extrêmement, alors ce n'est réellement plus que la couleur des premiers qui apparaît : toutefois les seconds peuvent, comme dans le Corail par exemple, jaunir et mêler leur teinte à celle des spicules; aussi les échantillons passent-ils, en mourant, du rouge le plus beau au rouge vermillon, et même au rouge brique de la litharge.

» Il est donc nécessaire, on le voit, de ne point indiquer d'une manière absolue la couleur d'une espèce, si l'on n'a que des échantillons desséchés, à moins, toutefois, que la coloration ne soit due aux spicules, auquel cas très-probablement l'espèce avait la même couleur avant qu'après sa mort.

» Ce qui précède ne se rapporte qu'aux espèces de la Méditerranée. Cependant, d'après quelques faits, je suis porté à croire qu'il en est de même pour toutes les Gorgones; mais on doit comprendre, d'après ce qui précède, quelle réserve il convient d'avoir dans tous les jugements portés *à priori.* Il est même certain que, dans quelques espèces, la couleur des spicules et celle des tissus mous peuvent se mêler et se confondre.

» Les changements de teinte dus à l'altération des tissus sont tellement constants, qu'ils m'ont servi bien des fois à juger de la bonne foi des pêcheurs qui m'apportaient des objets de la mer. La *Muricea placomus,* par exemple, noircit très-vite après la mort, même dans l'eau fraîche et bien renouvelée, à plus forte raison quand elle est exposée à l'air; aussi, pour peu que les pêcheurs n'eussent point pris de soins des objets, la Muricée,

qui abonde dans les mers de la Calle et qui se trouvait associée à toutes les espèces que je demandais, revenait noire et me fournissait le témoignage certain de ce qui avait été fait. Je ne m'y trompais jamais.

» En résumé, on trouvera ici une nouvelle preuve de l'utilité des études faites sur la nature vivante, dans les conditions normales de la vie. Ce sont ces études qui seules peuvent conduire à des résultats certains, précieux pour la connaissance des êtres, et elles doivent guider dans les recherches que l'on fera plus tard sur les objets accumulés dans les musées. Elles caractérisent la direction nouvelle de la zoologie moderne, qui n'est pas, comme on le croit trop souvent, une science de mots, une science de mémoire; car il n'est plus douteux aujourd'hui que la connaissance complète des êtres doive précéder la classification, c'est-à-dire la formation des cadres zoologiques. »

EMBRYOLOGIE. — *Sur les caractères qui distinguent la cicatricule féconde et la cicatricule inféconde dans les œufs de poule.* Note de **M. C. Dareste**, présentée par M. de Quatrefages.

« Les caractères qui distinguent à première vue la cicatricule féconde et la cicatricule inféconde dans les œufs de poule ont été indiqués assez exactement au XVIIe siècle par Malpighi. Mais Malpighi, comme la plupart des physiologistes de son époque, croyait à la préexistence des germes et s'efforçait de retrouver l'embryon dans la cicatricule féconde avant l'incubation. Cette préoccupation constante, bien manifeste encore dans certains écrits publiés au commencement du siècle, n'a pas permis aux physiologistes de reconnaître la véritable signification des caractères qui distinguent la cicatricule féconde et la cicatricule inféconde. Nous savons aujourd'hui qu'avant l'incubation l'embryon n'existe que virtuellement et non réellement dans la cicatricule. Il n'est donc plus possible de chercher dans la présence ou l'absence de l'embryon la cause des différences que présentent les cicatricules.

» J'ai été récemment conduit par mes recherches sur la production artificielle des monstruosités à déterminer exactement les caractères de ces deux sortes de cicatricules et à en chercher la signification. J'ai étudié dans ce but des œufs clairs pondus par des poules qui n'avaient point eu de rapport avec des coqs ; j'ai étudié également tous les œufs qui ne se sont point développés dans mes appareils d'incubation et j'ai pu constater ainsi les caractères de la cicatricule inféconde. Ensuite j'ai ouvert un certain

nombre d'œufs qui m'étaient apportés pour mes expériences, et j'ai pu constater qu'un certain nombre présentaient les caractères de la cicatricule inféconde, tandis que la cicatricule des autres présentait des caractères notablement différents. Ces cicatricules étaient évidemment des cicatricules fécondes.

» La cicatricule féconde se présente sous la forme d'une petite lame circulaire placée au-dessous de la membrane enveloppante du jaune, et qui s'en détache facilement. Elle est parfaitement homogène ; les différences d'aspect que présentent son centre et ses bords tiennent uniquement à des différences d'aspect qui proviennent des parties sous-jacentes du jaune. Son contour circulaire est très-net; son diamètre, dans les œufs que j'ai observés, était en moyenne de 4 millimètres; toutefois, dans les petits œufs, ce diamètre pouvait descendre jusqu'à 3 millimètres, et dans les gros œufs il approchait de 5 millimètres.

» La cicatricule inféconde présente au contraire des variations assez grandes dans ses dimensions et dans sa forme.

» Le plus ordinairement la cicatricule inféconde est beaucoup plus petite que la cicatricule féconde. Dans les nombreuses mesures que j'ai prises j'ai rarement trouvé un diamètre supérieur à 2 millimètres.

» La forme varie comme les dimensions. La cicatricule inféconde présente des contours fort irréguliers en forme de rayons ou d'étoiles, et qui ne se rattachent pas à la forme circulaire. D'autre part, dans un assez grand nombre de cas, elle présente sur certains points de sa surface des espaces complétement vides : telles sont les cicatricules en réseaux qui ont anciennement été décrites par Malpighi. Ailleurs la cicatricule s'est fractionnée et forme plusieurs petites masses blanches, séparées les unes des autres, et n'ayant entre elles aucune connexion, et c'est alors surtout qu'il devient impossible d'isoler la cicatricule ; car ses divers éléments se dissocient lorsque l'on introduit l'aiguille à dissection entre elle et la membrane vitelline. Quelquefois, mais beaucoup plus rarement, elle présente des formes plus singulières encore : telle était une cicatricule qui avait exactement la forme d'une moitié de cercle dont le diamètre aurait 4 millimètres; de telle sorte qu'elle présentait dans son aspect la moitié d'une cicatricule féconde.

» J'ai constaté ces caractères différentiels sur un très-grand nombre de cicatricules, et je puis affirmer qu'à un petit nombre d'exceptions près ils sont parfaitement appréciables à la vue simple, et sans qu'il soit nécessaire de séparer la cicatricule de la membrane vitelline.

» Les aspects de la cicatricule inféconde sont très-variés, comme on vient

de le voir; toutefois ils dépendent tous d'un même fait, d'un état de désorganisation plus ou moins complet. La cicatricule inféconde se désorganise, et ses éléments désorganisés se résorbent ; mais cette résorption ne se fait pas partout avec la même rapidité; et c'est cette résorption inégale qui produit les différents aspects de la cicatricule.

» Cette résorption d'une partie des éléments de la cicatricule inféconde est évidemment le résultat des modifications que la cicatricule éprouve pendant le passage de l'œuf dans l'oviducte, modifications que les travaux de M. Coste nous ont bien fait connaître.

» Nous savons aujourd'hui, grâce à ces travaux, que la cicatricule féconde éprouve dans l'oviducte des phénomènes de segmentation parfaitement comparables à la segmentation du vitellus, et que cette segmentation produit des changements très-notables dans sa constitution microscopique. La cicatricule inféconde, au contraire, ne se segmente point, et, par suite de cette absence de segmentation, elle commence à se désorganiser et à se résorber partiellement dans la partie inférieure de l'oviducte. M. Coste a figuré une cicatricule prise sur un œuf arrivé à la partie inférieure de l'oviducte, et qui présente ce caractère de la manière la plus évidente. On y voit très-manifestement le commencement d'une désorganisation tout à fait comparable à celle dont j'ai constaté les résultats dans les œufs observés après la ponte.

» Les caractères particuliers de la cicatricule inféconde sont donc le résultat d'une désorganisation et d'une résorption partielle qui résultent elles-mêmes de l'absence de la segmentation. »

PHYSIOLOGIE. — *De l'influence des boissons alcooliques prises à doses modérées sur le mouvement de la nutrition : recherches expérimentales.* Note de **M. M. Perrin**, présentée par M. Bernard.

« Dans un travail antérieur, fait en collaboration avec MM. Lallemand et Duroy, nous avons démontré : 1° que l'alcool, absorbé à haute ou à faible dose, séjourne dans le sang, sans y subir ni transformation ni oxydation appréciable; 2° que l'alcool est rejeté en nature hors de l'économie par les diverses voies d'élimination, poumons, reins, surface cutanée, etc. : cette élimination, qui commence presque immédiatement après l'ingestion, est constante; elle paraît se continuer tant que le sang et surtout certains appareils en restent imprégnés ; 3° que l'alcool, comme les autres agents anes-

thésiques, l'éther, le chloroforme, etc., exerce une action directe et primitive sur le système nerveux dont, suivant la dose, il modifie, pervertit ou abolit progressivement les fonctions; 4° que l'alcool absorbé s'accumule dans certains organes qui, à poids égal, en renferment plus que le sang. Les centres nerveux et le foie sont les appareils dans lesquels s'accumule et séjourne l'alcool.

» Ces diverses propriétés représentent dans leur ensemble les attributs physiologiques fondamentaux de cette classe d'agents, impropres à la nutrition, étrangers à l'organisme qui en subit le contact, et dont l'action spéciale s'exerce sur les forces nerveuses. C'est parce qu'elles avaient été méconnues jusqu'alors que les séductions de l'affinité chimique avaient conduit à la théorie de la combustion intra-vasculaire de l'alcool, comme s'il s'agissait d'un aliment.

» Le mode d'intervention de l'alcool ainsi marqué, il m'a paru indispensable de rechercher si son action sur les centres nerveux est limitée au cercle de la vie de relation; si elle ne se traduit que par ce réveil merveilleux des forces qui suit de près son ingestion appropriée : ou bien si elle exerce parallèlement une influence quelconque sur le mouvement de la nutrition. Présentée à ce dernier point de vue, la détermination du rôle de l'alcool devient une question d'hygiène publique et de bromatologie de premier ordre, puisque les boissons alcooliques, sous les formes les plus diverses, se sont imposées de tout temps à la vie des peuples et ont occupé un rang fort important parmi les matières de consommation première. Pour y arriver, j'ai fait au laboratoire du Val-de-Grâce des expériences que j'ai l'honneur de soumettre aujourd'hui au jugement de l'Académie.

» Le rendement en acide carbonique par l'exhalation pulmonaire et en urée par les urines étant à juste titre considéré comme l'expression la plus juste, la plus sûre de l'état du mouvement de la nutrition, j'ai recherché, par des analyses comparatives, si ce rendement était modifié par l'usage des boissons alcooliques.

» Comme il s'agissait d'expériences longues, complexes, et dans lesquelles la plus petite négligence, un écart de régime, un exercice musculaire même modéré, le changement le plus insignifiant en apparence dans les habitudes de chaque jour, pouvaient entraîner des résultats entachés d'erreur, je n'ai pas cru pouvoir m'en rapporter à d'autres qu'à moi-même. Dans la crainte d'être trompé par quelques troubles accidentels, provoqués soit par ces oscillations qui s'observent en pleine santé, soit par des conditions météorologiques différentes, j'ai partagé mon temps en petites séries

de deux jours, séparées les unes des autres par des repos plus ou moins longs, suivant les dispositions du moment. Dans chaque série, un jour était réservé au régime alcoolique, et l'autre au régime aquatique.

» Afin de ne pas m'écarter du terrain de l'hygiène et d'éviter toute complication, j'ai fait usage des boissons fermentées usuelles, vin rouge, vin blanc, bière, à des doses assez modérées pour ne point troubler la digestion ni exercer sur le cerveau d'action appréciable. Ces boissons étaient prises au repas du matin qui avait lieu tous les jours à la même heure et qui se composait uniformément de la même quantité d'aliments mixtes approximativement évaluée. Comme, en dehors de l'excès ou de l'abstinence, il n'existe pas de rapport qui puisse être déterminé entre le rendement des produits de l'oxydation organique et le poids des aliments ingérés, je n'ai pas cru devoir recourir à la balance pour fixer le menu de chaque repas, ce qui eût entraîné, dans la marche des expériences, une complication inextricable.

» La durée de chaque recherche a été limitée à l'intervalle qui sépare le repas du matin de celui du soir. J'ai jugé que le sentiment de la faim était le meilleur guide pour apprécier l'épuisement, et, par conséquent, le terme des transformations de la provision alimentaire faite au repas précédent. Pour plus de régularité, cette durée a été fixée uniformément à 5 heures (de 12^h30^m à 5^h30^m).

» *Dosage de l'acide carbonique.* — En opérant sur des mélanges d'air pur et d'acide carbonique desséché dont le volume, et par conséquent le poids, étaient exactement mesurés, correction faite de la température et de la pression atmosphérique, j'ai essayé comparativement les différents procédés employés dans les recherches de ce genre. Le dosage par les pesées est encore celui qui m'a paru offrir les conditions les plus avantageuses. L'appareil employé me permettait de déterminer, à moins de 2 pour 100 près, le poids absolu de l'acide carbonique contenu dans le mélange artificiel. Un sac en caoutchouc à parois souples et d'une contenance de 60 à 70 litres, destiné à recueillir les produits de l'expiration, était annexé à l'appareil.

» L'émission d'acide carbonique étant loin d'être uniforme, même pendant la période diurne, il était indispensable d'analyser le plus de gaz possible. Après divers essais j'ai dû me borner à prendre pour terme de comparaison la quantité d'air expiré pendant 30 secondes chaque heure.

[illegible]	[illegible]	[illegible]
1re Série. Poids de CO^2 exhalé pendant la durée de l'expérience (5 heures)	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	
[illegible]	[illegible]	[illegible]

» En comparant entre eux les résultats qui précèdent, on voit que l'usage des boissons alcooliques usuelles a été constamment marqué par une diminution considérable dans la quantité d'acide carbonique exhalé. Malgré des oscillations assez grandes de part et d'autre, il ne s'est pas présenté une expérience douteuse. Cette diminution établie pour la durée de l'expertise correspond aux chiffres suivants :

1re Série	comparative.	Diminution........	gr 52.000	soit	20,03	pour 100.
2e	Id.	Id................	13.600	»	5.61	»
3e	Id	Id.	53.300	»	21.56	»
4e	Id.	Id.	52.300	»	20,56	»
5e	Id.	Id....	42.700	»	16.89	»
5e	Id.	Id............	22.100	»	8.92	»
			29.700	»	11,43	»
7e	Id.	Id	58.300	»	22.44	»
			49.500	»	19.09	»
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	

» En général, la diminution de l'acide carbonique a été en rapport avec la richesse alcoolique des boissons employées. Cette corrélation, la similitude des résultats obtenus avec diverses boissons témoignaient suffisamment que c'est [illegible] leur action commune à l'alcool qu'elles contiennent. Cependant, pour lever tous les doutes, j'ai fait une contre-épreuve en prenant au déjeuner, sous forme de grogs peu appétissants, 90 grammes d'alcool dilué et marquant 45 degrés à l'alcoomètre de Gay-Lussac. Voici

ce qu'elle m'a donné :

Poids de CO^2 exhalé pendant la durée de l'expérience (5 heures) : 230gr,800.

» En comparant ces chiffres à ceux qui figurent dans la recherche faite pendant l'abstinence, qui a fourni le plus faible rendement, on voit qu'il existe encore une diminution dans la production de l'acide carbonique représenté par 9gr,500, soit 3,95 pour 100.

» Dans un certain nombre des recherches précédentes, les dosages ont été faits comparativement heure par heure, afin de suivre de plus près le mode d'intervention de l'alcool dans l'acte de la nutrition. Il découle des chiffres obtenus qu'il se comporte à la façon d'un agent perturbateur assez énergique pour faire varier dans l'espace d'une heure de 24 à 51 pour 100 la quantité d'acide carbonique exhalé. L'influence alcoolique est à son maximum trois heures environ après l'ingestion; deux heures plus tard, elle paraît être épuisée.

» *Dosage de l'urée.* — Le dosage de l'urée a été fait avec le nitrite de mercure par le procédé de M. Millon. Les résultats qu'il a donnés ne sont pas très-significatifs. L'usage des boissons alcooliques ne m'a pas paru modifier la composition de l'urine, mais il en augmente la quantité.

» Les boissons alcooliques prises à doses modérées, on pourrait dire hygiéniques et dans les conditions habituelles, diminuent constamment, et dans une proportion qui a varié de 5 à 22 pour 100 suivant leur richesse, la quantité d'acide carbonique exhalé par les poumons. Elles ralentissent par conséquent dans la même mesure l'activité de l'oxydation intra-vasculaire et la production de la chaleur animale. C'est ainsi qu'elles exercent une action très-active, quoique indirecte, sur la nutrition, non en augmentant la recette, mais en diminuant la dépense. Cela explique comment leur usage permet de manger moins et surtout moins souvent, et c'est ainsi qu'elles peuvent remplir d'excellentes indications thérapeutiques, dont quelques-unes sont déjà passées dans la pratique médicale.

» Il m'importe de rappeler en terminant que, sans tenir compte des mentions explicites de Vierortd, de Lehman, etc., deux expérimentateurs, Edwards-Smith et Bocker, dans le cours d'intéressantes recherches sur la respiration et l'alimentation, ont été conduits de leur côté à cette même conclusion que l'alcool n'est pas un aliment et qu'il soutient sans nourrir. »

TOXICOLOGIE. — *Empoisonnement par l'application des feuilles de tabac sur la peau.* Note de **M. Gallavardin**, présentée par M. Bernard.

« Dans la séance du 11 juillet 1864, M. le Dr Namias a communiqué à » l'Académie des Sciences une Note dans laquelle il raconte que « un con- » trebandier se couvrait, il y a quelques mois, toute la peau nue de feuilles » de tabac, qu'il voulait soustraire au payement de l'impôt. Le tabac, » mouillé par la sueur, excita un véritable empoisonnement qu'on a guéri » moyennant les boissons alcooliques et le laudanum. » Après avoir dit que, dans ce cas, le tabac produisit la faiblesse extrême du pouls, sa petitesse, des sueurs froides, des défaillances, M. Namias ajoute : « Il n'y » a pas, que je sache, un exemple pareil d'empoisonnement par les feuilles » de tabac appliquées sur la peau. »

» J'ai recherché si la littérature médicale ne rapporterait pas des faits analogues, et j'en ai trouvé trois relatés dans les journaux de médecine en 1801, en 1844 et en 1854. Je vais les rappeler brièvement d'après leur ordre chronologique.

» 1° Tous les hussards d'un escadron s'étaient enveloppés le corps de feuilles de tabac, dans l'intention de frauder; et, quoique tous fussent de grands fumeurs, ils éprouvèrent néanmoins les symptômes suivants : maux de tête, vertiges, vomissements. (Von Hildenbrand, *Journal der praktischen Arzeneikunde und Wundarzneikunst von Hufeland,* 1801, Bd XIII, cah. I, p. 151.)

» 2° A la suite de l'application externe des feuilles de tabac, chez une femme de cinquante ans, on observa les phénomènes d'intoxication suivants : nausées, vomissements spasmodiques, hoquet, oppression et accès de suffocation, prostration excessive, froid aux extrémités, sueur froide et visqueuse, membres foids et grande fatigue, pouls lent et intermittent. (De Meyern, *Medicinische Zeitung vom Verein für Heilkunde in Preussen,* 1844, no 8, p. 33.)

» 3° Des feuilles de tabac sèches enduites de miel ayant été appliquées sur les membres, chez un paysan de trente-sept ans, robuste mais sujet au rhumatisme chronique, on observa les symptômes d'intoxication suivants : mal de tête, visage injecté, vertiges, tremblement des membres, nausées, vomissements, pouls petit et un peu accéléré. (Polk, *Preussen Vereins Zeitung*, 1854, 52.)

» On a également observé des phénomènes d'intoxication :

» 1° Après l'application du jus de tabac sur un exanthème chronique du cou (*Landerer*);

» 2° Après l'application externe du tabac (*Truchsess*);

» 3° Par des frictions faites avec le résidu du tabac à fumer sur des parties dénudées de la peau (*Westrumb*);

» 4° Après l'application du suc de tabac sur un ulcère teigneux (*Walterhall*);

» 5° Après l'application du tabac en poudre sur une plaie de la cuisse (*Keskring*);

» 6° Après l'application d'un liniment de beurre et de tabac sur la tête de trois enfants teigneux (*Keskring*);

» 7° Après l'enveloppement des bras, des mains, des cuisses et des jarrets avec des linges trempés dans une forte décoction de tabac très-chaude (*Marrigues*).

» D'après les observations précédentes, on doit conclure que le tabac, appliqué sur la peau dénudée ou non, peut produire des symptômes d'intoxication analogues à ceux qu'on observe chez les personnes qui l'absorbent par d'autres voies. »

M. Corplet, qui a eu l'occasion de s'occuper longtemps des célèbres produits des émailleurs de Limoges, appelle l'attention sur certains genres d'ornementation employés par ces artistes au XVI[e] siècle et qui ne se trouvent point mentionnés dans les ouvrages modernes destinés à faire connaître ce genre de travaux. Après avoir relevé en passant ce qu'il y a de vague et souvent d'inexact dans les indications fournies par ces auteurs pour caractériser les divers genres d'émaux, M. Corplet s'attache à faire voir que pour rehausser les dessins, on employait au XVI[e] siècle, non-seulement l'or, mais aussi l'argent : les rehaussés en or ont conservé leur éclat métallique et n'ont pu être méconnus, mais il n'en est pas de même pour les rehaussés en argent que l'action de l'air a altérés et assez profondément pour que rien ne puisse leur rendre leur brillant; le métal oxydé présente des traits d'un gris sale qui nuisent à l'effet au lieu d'y ajouter, mais dont la nature peut être rendue évidente au moyen de certains réactifs.

A 4 heures et demie l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 5 heures et demie. F.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu dans la séance du 1er août 1864 les ouvrages dont voici les titres :

Psychologie comparée; par M. P. FLOURENS ; 2e édition, revue et en partie refondue. Paris, 1865 ; in-8°.

Le Jardin fruitier du Muséum; par M. J. DECAISNE ; 72e livraison, in-4° avec planches.

Les eaux minérales considérées dans leurs rapports avec la chimie et la géologie; par Henri LECOQ. Paris, 1864 ; vol. in-8°.

Étude sur l'industrie huîtrière des États-Unis; par M. P. DE BROCA. Nouvelle édition Paris, 1865 ; in-12.

Observations sur quelques points de l'industrie et de l'hygiène du blanchissage; par Adelphe ESPAGNE. Paris, 1864 ; in-8°.

Catalogue des Brevets d'invention (année 1864), n° 1. Paris, 1864 ; in-8°.

Histoire de l'art de la guerre depuis l'usage de la poudre; par le comte Ed. DE LA BARRE-DUPARCQ. Paris, 1864 ; vol. in-8°. ·

Matériaux pour l'étude des glaciers; par DOLLFUS-AUSSET ; t. V, 1re partie : *Glaciers en activité dans les Alpes.* Paris, 1864 ; vol. in-8°.

Courants des globules solides dans les liquides; par M. DARDENNE. (Extrait des *Bulletins de la Société royale de Botanique.*) Bruxelles ; br. in-8°.

La vérité sur les causes et les désastres du choléra-morbus; par le Dr FRÉMAUX ; t. II. Paris, 1864 ; vol. in-8°.

Essai sur l'induction électrique; par Félix LACROIX. Grenoble, 1864 ; br. in-8°.

Hat die... *La composition de l'acide silicique doit-elle être exprimée par* SiO^2 ou par SiO^3; *par* Th. SCHEERER. Leipsig ; br. in-8°.

Ueber den... *Sur l'astrophyllite et ses rapports avec l'augite et le* glimmer *dans la syénite zirconienne; par* le même. Berlin, 1864 ; br. in-8°.

Vorläufiger... *Sur les roches siliceuses cristallines du Fassathal et des contrées voisines du Tyrol méridional; par* le même. Stuttgart, 1864 ; in-8°.

Die Delondre-Bouchardatschen... *La chirologie de MM. Delondre et Bouchardat; par* Philipp. PHOEBUS. Giessen, 1864 ; in-8°.

Estratto... *Sur la manière d'obtenir mécaniquement un mouvement varié..., télégraphe compositeur, etc.; par* Lorenzo CASOLARI. Modène, 1864 ; br. in-12.

Cet opuscule et les quatre qui précèdent ont été présentés dans la précédente séance.

Transactions... *Transactions de l'Académie royale d'Irlande;* vol. XXIV. Science, 3e partie. Dublin, 1864; in-4°.

Memoirs... *Mémoires de la Société pour le relevé géologique de l'Inde. — Paléontologie indienne;* 2e série, partie 6 : *Flore fossile; par* MM. Thomas OLDHAM et John MORRIS; et 3e série, partie 1re : *Céphalopodes des roches crétacées de l'Inde méridionale; par* M. F. STOLICZKA. 2 livraisons in-4° avec planches.

Annual report... *Rapport annuel sur la Société pour le relevé géologique de l'Inde et sur le Muséum de géologie pour l'année* 1862-1863. Calcutta, 1863; in-8°.

Berechnung... *Détermination de l'orbite de la* 2e *comète de* 1860; *par* M. Hugo GYLDEN. (Extrait du *Bulletin de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg.*) In-8°.

Über den... *Sur la queue multiple de la grande comète de* 1744; *par* M. A. WINNECKE. (Extrait du même recueil.)

Über das... *Sur le télescope réflecteur installé à Malte; par* M. W. LASSEL. Note de M. O. Struve. (Extrait du même recueil.) In-8°.

Libros... *Les livres du savoir d'astronomie du roi don Alphonse X de Castille, réunis, annotés et commentés par* don Manuel RICO Y SINOBAS, membre titulaire de l'Académie royale des Sciences, ouvrage publié par ordre de Sa Majesté; t. I et II. Madrid, 1863; 2 vol. in-folio.

Memorias... *Mémoires de l'Académie royale des Sciences mathématiques, physiques et naturelles de Madrid;* t. II; 1re série, Sciences mathématiques : t. I, partie 2; t. III; 2e série, Sciences physiques : t. I, partie 3; t. VI; 2e série, Sciences physiques : t. II, 1re partie. Madrid, 1863 et 1864; 3 vol. in-8°.

PUBLICATIONS PÉRIODIQUES REÇUES PAR L'ACADÉMIE PENDANT LE MOIS DE JUILLET 1864.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences; 1er semestre 1864, n° 26, et 2e semestre 1864, n°s 1 à 4; in-4°.

Annales de l'Agriculture française; t. XXIII, n°s 11 et 12; in-8°.

Annales forestières et métallurgiques; t. III, juin 1864; in 8°.

Annales médico-psychologiques; t. III; juillet 1864; in-8°.

Annales de la Société d'hydrologie médicale de Paris; comptes rendus des séances; t. X, 11e livraison; in-8°.

Annales télégraphiques; mai et juin 1864; in-8°.

Annuaire de la Société météorologique de France; juin 1864; in-8°.

Annales de la Propagation de la foi; n° 215; juillet 1864; in-12.

Atti della Società italiana di Scienze naturali; vol. 6, Bibliographie. Milan; in-8°.

Bulletin de la Société Géologique de France; t. XXI (f. 6-13); in-8°.

Bibliothèque universelle et Revue suisse; n° 78. Genève; in-8°.

Bulletin de l'Académie impériale de Médecine; t. XXIX, n° 19; in-8°.

Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse; mai et juin 1864; in-8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine de Belgique; année 1864; t. VII, n° 5; in-8°.

Bulletin des séances de la Société impériale et centrale d'Agriculture de France; t. XVIII, n°s 5 et 6; in-8°.

Bulletin de la Société française de Photographie; 10e année, juillet 1864; in-8°.

Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'industrie nationale; t. X, 2e série, mai 1864; in-4°.

Bulletin de la Société de Géographie; juin 1864; in-8°.

Bulletin de la Société d'Anthropologie de Paris; t. V, 2e fasc., (mars et avril); in-8° avec atlas in-4°.

Bulletin de l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique; t. XVII, n° 6; in-8°.

Bullettino meteorologico dell' Osservatorio del Collegio Romano; vol. III, n° 6, Rome; in-4°.

Cosmos. Revue encyclopédique hebdomadaire des progrès des Sciences et de leurs applications aux Arts et à l'Industrie; 13e année, t. XXIV, n° 27, et t. XXV, n°s 1 à 4; in-8°.

Catalogue des Brevets d'invention, 1863; n° 12; in-8°.

Gazette des Hôpitaux; 37e année, n°s 75 à 89; in-8°.

Gazette médicale de Paris; 34e année, t. XIX, n°s 27 à 31; in-4°.

Gazette médicale d'Orient; mai 1864; in-4°.

Il Nuovo Cimento.... *Journal de Physique, de Chimie et d'Histoire naturelle;* t. XVIII, novembre et décembre 1863. Turin et Pise; in-8°.

Journal d'Agriculture pratique; 28e année, 1864, n°s 13 et 14; in-8°.

Journal de Chimie médicale, de Pharmacie et de Toxicologie; t. X, 4e série, juillet 1864; in-8°.

Journal de la Société impériale et centrale d'Horticulture; t. X, juin 1864; in-8°.

Journal de Pharmacie et de Chimie; 23e année, juillet 1864; in-8°.

Journal des Connaissances médicales et pharmaceutiques; 31e année, 1864, nos 18 à 21; in-8°.

Journal de Mathématiques pures et appliquées; mars 1864; in-4°.

Journal des fabricants de sucre; 5e année, nos 12, 13 et 14; in-4°.

Journal de Médecine vétérinaire militaire; juillet 1864; in-8°.

Kaiserliche... *Académie impériale des Sciences de Vienne*; année 1864, nos 14 à 19; 1 feuille d'impression in-8°.

L'Abeille médicale; 21e année, nos 27 à 30; in-4°.

L'Agriculteur praticien; 2e série, t. V, nos 12 et 13; in-8°.

L'Art médical; 9e année, t. XVII, juillet 1864; in-8°.

L'Art dentaire; 8e année, juin 1864; in-12.

La Science pittoresque; 9e année; nos 9 à 13; in-4°.

La Science pour tous; 9e année; nos 31 à 35; in-4°.

Le Courrier des Sciences et de l'Industrie; 3e année; t. III, nos 1 à 5; in-8°.

La Médecine contemporaine; 6e année, n° 13; in-4°.

Le Moniteur de la Photographie; 5e année, nos 8 et 9; in-4°.

Le Gaz; 8e année, n° 5; in-4°.

Le Technologiste; 25e année; juillet 1864; in-8°.

Les Mondes... Revue hebdomadaire des Sciences et de leurs applications aux Arts et à l'Industrie; 2e année, t. V, livr. 8 à 13; in-8°.

Magasin pittoresque; 32e année; juillet 1864; in-4°.

Montpellier médical: Journal mensuel de Médecine; 7e année; juillet 1864; in-8°.

Monthly... *Notices mensuelles de la Société royale d'Astronomie de Londres*; vol. XXIV, n° 8; in-12.

Presse scientifique des Deux Mondes; année 1864, t. II, nos 1 et 2; in-8°.

Pharmaceutical Journal and Transactions; vol. VI, n° 1; in-8°.

Proceedings of the royal Society; vol. XIII, n° 63, Londres, in-8°.

Revue maritime et coloniale; t. X, juillet 1864; in-8°.

Répertoire de Pharmacie; t. XX, juin 1864; in-8°.

Revue de Thérapeutique médico-chirurgicale; 31e année, 1864; nos 13 et 14; in 8°.

Revue de Sériciculture comparée; 1864, n° 4; in-8°.

The Reader; vol. 4, nos 79 à 82, in-4°.